Math. P. 57

Mathesis pura. Arithmet. p. 212.

R

Gründliche Anweisung zur bürgerlichen Rechenkunst für den Haus- und Schulunterricht

von

Friedrich August Boysen,
Prediger an der hohen Stiftskirche St. Servatii
zu Quedlinburg.

Gotha,
bey Carl Wilhelm Ettinger.
1792.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Meine Absicht bey der Herausgabe dieses Rechenbuchs ist, einen Leitfaden zu geben, nach welchem bey dem Privatunterrichte sowohl, als in bürgerlichen Schulen die Rechenkunst so gelehrt werden könne, daß den Lehrern der Unterricht, und den Schülern das Lernen erleichtert, den leztern aber auch ein gründlicher Unterricht in dieser für das gemeine Leben unentbehrlichen Wissenschaft ertheilt werde. Ich habe, da ich die Arithmetik

selbst mehrere Jahre auf dem hiesigen Gymnasio lehrte, gefunden, daß die gründlich geschriebenen Rechenbücher gewöhnlich zu weitläufig abgefaßt sind, als daß man sie, ohne die Schüler mit Kosten zu beschweren, als Schulbücher einführen könnte, zumahl da sie eben dieser Weitläufigkeit wegen mehr zum Selbst- als Schulunterrichte dienlich sind. Bey andern hingegen, wo der Vortrag mehr zusammengezogen war, und die aus diesem Grunde zu einem solchen Unterrichte sich besser zu schicken schienen, vermißte ich nicht selten die Gründlichkeit. Ich bearbeitete daher diese Wissenschaft nach eignem Plane, und behalf mich mit dem Dictiren. Weil indessen diese Methode mancherley, den Schulmännern sehr wohl bekannte Unbequemlichkeiten hat, so habe ich diese wenigen Bogen dem Druck übergeben, um damit vielleicht einigen Lehrern und Lernenden einen kleinen Dienst zu erzeigen. Man wird zwar finden, daß dieser Vortrag in kein eigentliches mathematisches Gewand eingekleidet

det ist; indessen habe ich mich doch stets bemüht, die arithmetischen Wahrheiten in der mathematischen Ordnung und Richtigkeit vorzutragen, und stets die möglichste Deutlichkeit und Kürze mit einander zu verbinden. Ueberall bin ich aber darauf bedacht gewesen, das Rechnen als eine Sache des Verstandes, nicht blos des Gedächtnisses zu lehren. Man wird daher in dieser Anleitung sehr wenig von den sogenannten mechanischen Regeln finden, welche in den gewöhnlichen Rechenbüchern in großer Zahl, als Geheimnisse den Schülern mitgetheilt werden; die sie aber auch desto eher vergessen, und mit ihnen ihr Rechnen verlernen, je weniger sie den Grund derselben eingesehen haben. Wer nach diesem Unterrichte das Rechnen gehörig lernt, dem wird nicht leicht davon etwas wieder entfallen.

In den ersten sieben Capiteln habe ich die vorkommenden Sätze so viel, als möglich war, zu erweisen, wenigstens doch auf das deutlichste

zu erläutern gesucht. Die Lehre von den Wurzeln im 8ten Cap. ist im gemeinen Leben von keinem Gebrauche, und gehört daher eigentlich in dieses Buch nicht hin. Indessen ist hier, so viel davon gesagt worden, als nöthig war, um denen davon einige Begriffe beyzubringen, und das Ausziehn sie mechanisch zu lehren, welche einmahl gelehrtere Bürger werden, oder die Mathematik studiren wollen. Es ist daher natürlich, daß in diesem Capitel Erläuterungen und Beweise wegfallen mußten, da, wie bekannt, die Theorie der Wurzeln leicht ein ganz besondres Buch erfodert. Im 9ten Cap. von den Progreßionen fehlen aus eben diesem Grunde die Beweise. Nun der Besorgniß des Vorwurfs, eine Lücke gelassen zu haben, hat dieses Capitel seine Aufnahme zu verdanken: dann das bürgerliche Leben bedarf der Auflösung der darinn vorkommenden Fragen nicht. Der Anhang, oder die sogenannte Kaufmannsrechnung ist deswegen hinzugefügt worden, damit denen, welche aus meinem Buche lernten,

in der Folge die Namen mancher Rechnungsfälle nicht als unbekannte und unerhörte Sachen aufstoßen mögten: denn wer das Rechnen nach den ersten 9 Capiteln gründlich gelernt hat, wird solche Fälle gewiß bey geringem Nachdenken von selbst berechnen können.

In Schulen kann dieses Buch in verschiedenen Classen gebraucht werden. Z. B. In der untersten kann der Lehrer die 4 ersten Capitel erklären. In der folgenden das 5. 6. und 7te Capitel, und etwa zuerst die Beweise in der Lehre von den Proportionen weglassen. In einer höhern kann er das 8 und 9te hinzufügen, wo er nach Maaßgabe der Fertigkeit seiner Schüler den Unterricht bald eingeschränkter, bald durch Zusätze weitläufiger machen kann. Stoff zum leztern findet er genug vor, da ich mein Augenmerk bey dem ganzen Buche stets darauf gerichtet habe, daß es auch bey einem mathematisch-arithmetischen Vortrage zum Grunde gelegt werden kann. Den Anhang

kann man weglassen, oder ihn, je nachdem es der Lehrer für nöthig erachtet, z. B. bey Kindern, welche die Erlernung der Handlung zur Absicht haben, mit durchgehn.

Uebrigens wünsche ich nichts mehr, als daß meine Absicht, Nutzen zu stiften, durch dieses Buch erreicht werden, und dasselbe den Beyfall erfahrner Schulmänner und Lehrer erhalten möge.

Quedlinburg,
den 28sten Januar, 1792.

Der Verfasser.

Inhalt des Buchs.

Das erste Capitel.

Von der Numeration. §. 1.

Das zweyte Capitel.

Von den 4 Rechnungsarten, oder Speciebus in unbenannten Zahlen. §. 13.

Das dritte Capitel.

Von den Proben der 4 Rechnungsarten. §. 33.

Das vierte Capitel.

Von den 4 Rechnungsarten in benannten Zahlen. §. 37.

Das fünfte Capitel.

Von den Brüchen. §. 42.

Das sechste Capitel.

Von den Verhältnissen und Proportionen. §. 56.

Das siebente Capitel.

Die Regel de Tri nebst der Kettenrechnung. §. 83.

Das achte Capitel.

Ausziehung der Quadrat- und Cubikwurzel. §. 106.

Das neunte Capitel.

Von den Progreßionen. §. 117.

Das zehnte Capitel.

Anhang. Die Berechnung einiger Fälle, welche nach gewissen sogenannten Regeln vorgenommen wird, die besondre Namen führen. §. 128.

Gesellschaftsrechnung. §. 128.

Intereßrechnung. §. 129.

Reductionsrechnung. §. 130.

Gewinn- und Verlustrechnung. §. 131.

Stich- und Tauschrechnung. §. 132.

Rabattrechnung. §. 133.

Tara- Brutto- und Nettorechnung. §. 134.

Verbindungsrechnung. §. 135.

Regula coeci. §. 136.

Regula falsi. §. 137.

Von der Wechselrechnung. §. 138.

Etwas von der Welschen Practik. §. 139.

Das erste Capitel.

Einleitung in die Rechenkunst, oder Numeration.

§. 1.

Die Rechenkunst (Arithmetik) ist die Wissenschaft mit Zahlen umzugehen, oder aus gegebenen Größen, welche durch Zahlen ausgedrückt sind, andere unbekannte, durch Zahlen gleichfalls auszudrückende Größen zu finden.

Erste Anmerkung.

Eine Größe überhaupt ist etwas, das für sich bestehet und sowohl vermehrt als auch vermindert werden kann. Nehme ich mehr, als eine Größe, so erhalte ich eine Anzahl von Größen, oder eine **Zahl**.

So machen z. B. sechs einzelne Größen, welche ich hier Thaler nennen will, eine Größe aus, die hier durch eine Zahl, nämlich sechs ausgedrückt ist.

Zweyte Anmerkung.

Bey einer Zahl ist durchaus nothwendig, daß die Grössen, woraus sie besteht, von einerley Art sind. **Zwey Aepfel** und **drey Birnen** machen zusammengenommen keine Zahl aus: denn es sind verschiedene Dinge. Zwar kann ich sagen: es sind **fünf Stück**; allein alsdann betrachte ich sie nicht mehr, als Aepfel und Birnen, sondern überhaupt als **fünf einzelne Größen**, bey welchen es auf den Namen nicht ankommt.

Dritte Anmerkung.

Daher ist **Eins** keine Zahl; aber ohne Eins läßt sich auch keine Zahl gedenken: denn die Eins ist der Maasstab bey einer jedem Zahl. Eine einzelne Größe nennt man **Einheit** oder **Einer**.

Vierte Anmerkung.

Soll ich rechnen, so müssen mir Zahlen gegeben seyn. Durch eine richtige Behandlung dieser Zahlen, finde ich die verlangten, die mir ohne diese Behandlung unbekannt bleiben würden. Wenn gefragt wird, wie viel 3 und 5 zusammen ausmachen, so sind 3 und 5 die gegebenen Zahlen. Finde ich, sie machen 8 aus, so ist 8 die gefundene unbekannte Zahl. Oder es kosten 3 Pfund irgend einer Kaufmannswaare 20 Groschen und 6 Pfennig. Man will wissen, wie viel 1 Pfund von eben dieser Kaufmannswaare kosten werde. In diesem Falle sind 3 Pfund, 20 Groschen und 6 Pfennig die bekannten Größen in Zahlen. Finde ich nun durch die Rechenkunst, daß der gesuchte Preis des einen Pfundes 6 Groschen 10 Pfennig sey, so ist dieses leztere die gefundene unbekannte Größe in Zahlen.

Fünfte Anmerkung.

Man muß nicht Zahlen und Zifern mit einander verwechseln. Die Zifern sind nur die Zeichen der Zahlen.

§. 2.

Will man rechnen lernen, so muß man vorhero erst zählen, hiernächst die Zahlen lesen, und dann sie niederschreiben lernen. Diese drey Stücke begreift der Name der **Numeration** (des Zählens) in sich.

Anmerkung.

Hieraus sieht man, daß diejenigen irren, welche die **Numeration** unter die **Rechnungsarten** (Species) zählen, und demnach fünf derselben annehmen. Die Numeration enthält die **Einleitung** in die gesammte Rechenkunst, oder Vorbereitung zu derselben.

§. 3.

Alle Zahlen können durch **zehen Zeichen** ausgedrückt werden. Es sind folgende: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9 und 0, (Null, nicht Noll) welches leztere an die Stelle einer fehlenden Zifer oder Zahl gesezt wird.

Anmerkung.

Diese Zifern sind keine teutsche Erfindung, sondern längst von den Arabern gebraucht worden. Ein französischer Mönch, Namens Gerbert entwich aus dem Closter nach Spanien und brachte um das Jahr 960 unsere gegenwärtigen Zifern von den Saraze-

nen nach Frankreich hinüber. Sie bestanden anfänglich aus so viel einzelnen Strichen, als jede Zifer Einheiten ausdrücken sollte. So war ihre Gestalt

Zweyte Anmerkung.

Die Römer bedienten sich zu ihren Zahlzeichen der sogenannten römischen Zifern

I.	II.	III.	IIII.	V.	VI.	VII.	VIII.	VIIII.	X.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.

XI.	XII.	u. so f.	XX.	XXX.	XXXX.	L.	LX.
11.	12.		20.	30.	40.	50.	60.

C.	Ᵽ	M. u. s. w.
100.	500.	1000.

sie sind aber zum Rechnen äußerst unbequem. Die Griechen und Hebräer, gebrauchten dazu ihr Alphabet.

§. 4.

Beym Zählen geht man von Eins aus und zählt zuförderst bis auf zehn. Hier wird aufgehört, und von vorn wieder angefangen. Doch wird bey dem weitern Zählen stets bemerkt, erstlich, wie oft ich schon zehn gezählt habe, und zweytens, wie viel Einheiten darüber ich habe. Z. B. dreyzehn, heißt so viel, als einmal zehn und drey darüber; achtzehn ist einmahl zehn und acht.

Anmerkung.

Alle Völker haben bis zehn gezählt. Ehe sie verfeinert wurden, rechneten sie nach den Fingern. Daher mußten sie bis zehn gehen. Uebrigens ist es eine willkührliche Einrichtung, so zu zählen.

§. 5.

Hat man zweymahl zehn gezählt, so nennt man diese Zahl zwanzig; dreymahl zehn heißt dreyßig. Dies geht wieder so fort, bis ich zehn wieder zehnmal gezählt habe, diese Größe heißt Hundert (centum).

Anmerkung.

Zwanzig, dreyßig u. s. w. ist zusammengezogen aus zweymahl zehn, dreymahl zehn, der Kürze wegen. Statt hundert sollte ich Zehenzig sagen. So hat man aber sehr gut beym Zählen der Kürze wegen, hin und wieder besondere Namen eingeführt, als Tausend, Million u. s. w.

§. 6.

Bey den Hunderten zählen wir wieder bis Zehn Hundert. Dies nenne ich Tausend (mille). Hierauf zählen wir nach Tausenden: Ein Tausend, Zwey-zehntausend; zwanzig, dreyßigtausend und so fort bis Hunderttausend. Dann zählen wir wieder die einzelnen Hunderttausend. Einmahl Hundert tausend, zweymahl hundert tausend bis Zehnmal Hundert tausend. Dieses ist so viel, als tausendmahl tausend. Allein man nennt dies kürzer eine Million (Millies mille).

§. 7.

Die tausendmahl tausende, oder Millionen, zählen wir ganz nach der vorigen Art. Eine Million, zwey Millionen, u. s. w. zehn, zwanzig u. s. w. hundert, tausend, zehn tausend, Hundert tausend, tausend mahl tausend Millionen. Dieses leztere ist so viel als Million mahl Million. Man nennt es mit einem Worte eine Billion.

Anmerkung.

Billion ist vermuthlich aus *bis millies mille* zusammen gezogen. Allein dies würde nur zwey Millionen heißen. Der Name entspricht also dem Begriffe nicht, den man sich von einer Billion zu machen hat.

§. 8.

Die Billionen zähle ich wie die Millionen. Eine Billion, zehn Billionen, hundert, tausend,

send, zehntausend, hundert tausend, tausend mahl tausend Billionen, oder Million mahl Billion. Dies leztere ist eine Trillion. Tausend mahl tausend Trillionen sind eine Quatrillion u. s. w.

Erste Anmerkung.

In der Mathematik gibt es der Fälle unzählige, wo Größen in Trillionen ausgedrückt werden. Allein im gemeinen Leben kommen sie nicht vor. Wenn man annimmt, daß ein Himten eine halbe Million Gerstenkörner in sich hält, und ein Morgen Landes 12 Himten Ertrag gibt, so würde die Oberfläche der ganzen Erde, wenn sie durchaus aus Land bestünde, und mit Gerste besäet wäre, ohngefähr eine Trillion Gerstenkörner hervorbringen. Bestünde die Erdkugel durchaus aus lauter Sandkörnern, so würde sie über eine Quatrillion Sandkörner in sich fassen.

Zweyte Anmerkung.

Man sieht aus dem vorhergehenden, daß man bey dem Zählen stets nur bis zehn geht, und denn immer wieder von vorn zu zählen anfängt. So oft man folglich zehn gezählt hat, so geht man zu einer höhern Ordnung von Zahlen d. h. zu Zahlen, welche zehnmal mehr bedeuten, über.

Dritte Anmerkung.

Wer die jezt gedachte Entwickelung der Zahlen recht einsieht, der wird sich auch von einer jeden Zahl einen richtigen Begrif machen können. Ein tausend, siebenhundert und ein und neunzig enthält demnach:

erstlich, Tausend Einheiten, oder einzelne Größen,
zweytens, Hundert Einheiten, siebenmahl genommen, oder siebenhundert Einheiten,

drittens, Zehn Einheiten neunmahl genommen oder neunzig Einheiten.

viertens, Eine Einheit.

Der Lehrer muß auf diese Art noch größere Zahlen zergliedern, damit die Lernenden sie nicht blos mechanisch aussprechen lernen, sondern sich etwas richtiges dabey denken. Dies ist der erste Anfang einer richtigen Erlernung der Rechenkunst, daß die Schüler derselben von den einzelnen Theilen einer Zahl einen richtigen Begrif erhalten. Ohne das lernt man nie recht rechnen.

§. 9.

So wie diese Art, bis auf zehn zu zählen, sehr sinnreich ist, so ist es eben so sehr die Art, die Zahlen zu schreiben, oder durch die Stellung der gedachten zehn Zahlzeichen, die Zahlen auszudrücken. Ohngeachtet man nur die zehn Zeichen gebraucht, so kann man durch sie doch alle möglichen Zahlen ausdrücken, ohne daß je ein Fall eintreten kann, welcher mit der geringsten Schwierigkeit, Ungewißheit oder Ausnahme verbunden wäre. Die größten Zahlen sind so leicht zu lesen und zu schreiben, als die kleinsten.

§. 10.

Man merke zum lesen der Zahlen folgendes:

1) Jede Zifer, wenn sie allein steht, drückt bloße Einer aus. 2 heißt zwey Einer.

2) Steht noch eine Zifer ihr zur linken, so gilt sie zehn mahl mehr, als die erste. Wir wollen diesen Platz der Zahl zur linken künftig die

zwey-

zweyte Classe nennen, daher nennt man die Zahlen in der zweyten Classe, Zehner. Z. B. 32. Hier steht die 3 in der zweyten Classe, enthält also 3 Zehner und bedeutet demnach dreyßig.

3) folgt weiter eine Zifer zur linken, so gilt sie wieder zehnmahl mehr, als die zweyte. Sie ist also zehn mahl zehn. Daher enthält die dritte Classe die Hunderter. Z. B. 432. Hier zeigt die 4 vier Hunderter an. Demnach enthält 432 vier Hunderter, drey Zehner und zwey Einer, oder bedeutet vierhundert, dreyßig und zwey, oder vierhundert, zwey und dreyßig.

4) Auf die Art faßt die vierte Classe die Tausender, die fünfte Zehntausender, die sechste Hunderttausender, die siebende Tausend mahl tausender oder Millioner, die achte zehen Millioner, die neunte hundert Millioner, die zehnte tausend Millioner, die eilfte zehntausend Millioner, die zwölfte hunderttausend Millioner, die dreyzehnte tausendmahl tausend Millioner, oder Billioner u. s. w., die neunzehnte Trillioner in sich u. s. w.

Anmerkung.

Wenn in einer Classe keine Zahl befindlich, aber doch für eine höhere Classe eine Zahl vorhanden ist, so wird an dem Orte der fehlenden Zahl eine 0 gesezt. Z. B. 306. Hier habe ich 3 Hunderter, keinen Zehner und 6 Einheiten. Die Null ist aber hier an der Stelle der fehlenden Zehner wesentlich nothwendig: denn sie erhebt die 3 in die dritte Classe. Ließe ich

sie weg, so würde in 36 die 3 nur drey Zehner anzeigen.

Zweyte Anmerkung.

Hieraus folgt, daß die Null vor einer Zahl (vor heißt immer zur Linken) unbedeutend ist. Z. B. 038 oder 0038 heißt nicht mehr, als 38. Allein hinter einer Zahl (d. h. zur Rechten) und in der Zahl selbst verändert sie den Werth derselben stets. Z. B. 38 und 380 sind sehr verschieden.

§. 11.

Folgende Tabelle ist (an die Tafel geschrieben) stets mit Nutzen gebraucht worden, Anfängern die Numeration zu erläutern:

19te Trillioner.	18te Hundert tausend Billioner.	17te Zehntausend Billioner.	16te Tausend Billioner.	15te Hundert Billioner.	14te Zehn Billioner.	13te Billioner.	12te Hundert tausend Millioner.	11te Zehn tausend Millioner.	10te Tausend Millioner.	9te Hundert Millioner.	8te Zehen Millioner.	7te Millioner.	Sechste Hundert tausender.	Fünfte Zehntausender.	Vierte Tausender.	Dritte Hunderter.	Zweyte Cl. Zehner.	Erste Classe enthält Einer.
1 Trillion.	1 Hundert 1000 B.	1 Zehn 1000 B.	1 1000 B.	1 100 B.	1 10 Billion.	1 Billion.	1 Hundert 1000 M.	1 Zehn 1000 M.	1 1000 M.	1 100 M.	1 10 Million.	1 Million.	1 Hundert 1000	1 Zehn 1000	1 Tausend.	1 Hundert.	1 Zehn.	1 Eins.

Wi

Wie viel ist 3723048? Hier sind 3 aus der siebenten Classe, oder 3 Millioner, das macht 3 Millionen, 7 Hunderttausender, oder siebenmahl hundert tausend 2 Zehntausender, oder 20 tausend, 3 einzelne Tausender, oder dreytausend, kein Hunderter: denn in der dritten Classe steht Null, ferner 4 Zehender, oder vierzig, 8 Einer, folglich 3 Millionen siebenmahl hundert tausend, zwanzig und dreytausend; kein hundert vierzig und acht, oder drey Millionen siebenmahl hundert drey und zwanzig tausend acht und vierzig.

Erste Anmerkung.

So müssen die Anfänger im Lesen der Zahlen weiter geübt werden, insonderheit dadurch, daß mehrere Nullen in eine Zahl gebracht werden. Z. B. Wie viel ist 79030502? Oder — 9003001? 800005? u. s. w.

Zweyte Anmerkung.

Aus obiger Tabelle folgt, daß die 7te Zahl Millioner, die 13 Billioner, die 19te Trillioner in sich enthält. Man kann sich daher das Lesen größerer Zahlen erleichtern, wenn man die 7te mit einem Strich, die 13te mit zwey und die 19te mit drey Strichen bezeichnet, dann zeigt ein Strich die Millionen, zwey Striche die Billionen, und drey die Trillionen an.

'''   ''   '
Z. B. 9197358406728364572.

§. 12.

Man muß nicht blos geschriebene Zahlen lesen, sondern auch ausgesprochene niederschreiben können. Am sichersten wird dieses durch Uebung gelernt.

lernt.

lernt. Ein Hauptumstand hierbey ist, daß man wohl acht gebe, ob bey der Zahl, die ich aussprechen höre, oder bey mir denke, wenn ich sie niederschreiben will, nicht eine, oder mehrere Classen vorkommen, in welchen keine Zahl vorhanden ist, und die ich daher mit einer Null ausfüllen muß. Z. B. soll ich schreiben: Zweytausend fünf hundert und drey und zwanzig, so höre ich, daß in keiner Classe eine Zahl fehlt, es sind zwey Tausender, fünf Hunderter, zwey Zehner und drey Einer da, ich schreibe also, wie ich höre, nieder 2-5-2-3 oder 2523. Wäre aber die Zahl: fünfmahl hundert und zwanzig tausend drey hundert und fünf, so sehe ich gleich, daß sowohl in der Classe der einzelnen Tausender, als auch der Zehner keine Zahl vorhanden ist, ich setze dafür jedesmahl eine Null hin, und schreibe demnach 520305.

Anmerkung.

Schreibt man große Zahlen, so ist es am besten, wenn man bey jeden drey Zahlen etwas absezt und ein Comma hinschreibt. So lassen sich die Zahlen am besten übersehen, z. B. 224,' 338, 701. oder 3,'854028,409. Diese gute Gewohnheit haben auch die Mathematiker.

Das

Das zweyte Capitel.

Von den Rechnungsarten, oder *Specibus.*

§. 13.

Mit allen Größen können nur zwey Veränderungen vorgenommen werden. Sie werden vermehrt, oder vermindert. Dies gilt auch daher von den Zahlen.

§. 14.

Daher sind die sogenannten Rechnungsarten, eigentlich Verändrungsarten der Zahlen (Species mutationis numerorum) entstanden; und es kann also nur zwey eigentliche Species geben, nämlich es findet entweder eine Vermehrung, Addition (additio) statt, oder eine Verminderung, Subtraction, (Subtractio).

Erste Anmerkung.

Man hat indessen, der Kürze wegen, sowohl der Addition, als Subtraktion noch eine besondere Rechnungsart beygefügt, welche in gewissen Fällen anzuwenden ist. Die eine heißt die **Multiplikation** und die andre, die **Division.** Daher zählt man 4 Species.

Zweyte Anmerkung.

Wenn man das Rechnen in den 4 Species lernt, so betrachtet man entweder die Zahlen als Zeichen **allgemeiner** und **unbestimmter** Größen, und nennt dieses

dieses das **Rechnen in unbenannten** oder unbenamten **Zahlen**, (die keinen Namen bey sich führen, der die Größen bezeichnet, welche die Zahlen ausdrücken), oder man denkt sich bey den Zahlen gewisse bestimmte Größen, und das heißt das **Rechnen in benannten Zahlen**. Billig trennt man beyde Arten von einander beym Unterricht.

§. 15.

Addiren heißt, aus gegebenen Zahlen diejenige finden, die den gegebenen zusammengenommen gleich ist. Es wird 4, 6 und 8 gegeben. (Diese gegebne Zahlen heißen Posten.) Wenn ich nun finde, daß die Zahl 18 jenen dreyen zusammengenommen gleich ist, so habe ich sie addirt; die gefundene Zahl 18 nennt man die **Summe**, das *Facit*, oder *Aggregat*.

Anmerkung.

Alle die arithmetischen angenommenen Kunstwörter, als Summe, Product, u. s. f. dürfen nicht mit einander verwechselt werden, sondern man muß sich gewöhnen, sie gehörig zu gebrauchen.

§. 16.

Soll man unbenannte Zahlen addiren, so merke man dabey folgendes an:

1) Die Posten werden so unter einander gesezt, daß die gleichen Classen unter einander zu stehen kommen, z. B. Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, Hunderter unter Hunderter u. s. w.

2) Un-

2) Unter die Posten macht man einen Strich.

3) Man fängt auf der rechten Seite bey den Einern an, und zählt sie zusammen.

4) So viel Zehner die zusammengezählten Einer in sich fassen, so viel werden zu der folgenden Classe übergetragen; allein daselbst gelten zehn Einheiten nur eins, oder einen Zehner. Ferner, die Hunderter, welche aus der Classe der Zehner zusammengebracht werden, werden in die Classe der Hunderter übergetragen, daselbst gelten aber zehn Hunderter nur Eins, oder Einhundert. So verhält es sich mit den Tausendern u. s. f. Hieraus folgt die Regel, (daß jegliche Zehen, wenn sie in eine höhere Classe (zur Linken) gesezt werden, daselbst Eins gelten. Z. B. Ich soll addiren 28, 563, 678 und 6912; ich setze das Exempel so auf:

6912
678
563
28
8181

Die Summe dieser vier Posten ist 8181.

Erläuterung dieses Exempels.

1) Hier sind die vier Posten so gesezt, daß eine jede Classe unter der andern gleiches Namens steht. Alle Einheiten stehen unter einander, als 8. 3. 8. 2. Ferner alle Zehner. 2. 6. 7. 1. Hiernächst alle Hunderter 5. 6. 9; bloß die 6 Tausender stehen allein, weil keine Tausender mehr unter den Posten waren.

2) Nun kann ich alles zusammen zählen.

Erstlich, die Einheiten, Diese machen Ein und zwanzig aus. Allein 21 Einheiten fassen 2 Zehner und eine Einheit in sich, folglich schreibe ich in die Summe unter die Einheiten blos die Eins, die zwey Zehner werden zu den Zehnern in die zweyte Classe geschrieben. Es können aber diese 20 daselbst nur 2 gelten, weil sie da blos als Zehner angesehen werden müssen, folglich kommen nur 2 zur 2ten Klasse hinzu. Weil diese nicht schon da geschrieben stehn und erst aus der ersten Classe in die zweyte hinüber geführt werden, so sagt man: **man nimmt 2 in den Sinn**, um sie hernach zu den Zehnern zu addiren.

3) Ich zähle nun die Zehner zusammen: 2. 6. 7. 1. machen 16, und die zwey aus der ersten Classe dazu, machen 18. Nun habe ich 18 Zehner; allein zehn Zehner machen einen Hunderter. Daher kommt Ein Hunderter in die Summe der Hunderter, und die 8 Zehner schreibe ich zur Summe der Zehner hin.

4) Nun rechne ich die Hunderter zusammen: 5. 6. 9. machen 20 Hunderter, dazu kommt der eine Hunderter aus der zweyten Classe, das macht 21 Hunderter. Da aber schon 10 Hunderter einen Tausender ausmachen, so habe ich in 21 Hundertern 2 Tausender und einen Hunderter. Die 2 Tausender kommen in die Classe der Tausender, und den Hunderter schreibe ich in die Classe der Hunderter hin.

5) Endlich habe ich in der vierten Classe die 6 Tausender, dazu setze ich die 2 Tausender aus der Classe der Hunderter, so erhalte ich die 8 Tausender, und das Exempel ist gerechnet.

Anmerkung.

Es folgt aus der Natur der Sache, daß, wenn durch die Addition in einer Classe keine so große Zahl entspringt, daß in die folgende etwas übergetragen werden könne, alsdann auch zu derselben aus der vorhergehenden nichts hinzu gefügt werde. Z. B.

163
34
197

Hier sind 3 und 4 Einer zu addiren, welche 7 Einer ausmachen. Da nun 9 Einer in die erste Classe gehören, so kann aus dieser in die 2te nichts hinüber getragen werden. Eben so 6 und 3 Zehner machen 9 Zehner aus, also kein Hunderter.

Dahingegen ergiebt sich auch, daß, wenn in einer Classe durch die Addition gerade so viel heraus kommt, daß in die folgende zwar eine Zahl hinüber getragen werden muß, aber außer dieser Zahl auch nichts mehr in der Summe enthalten ist, man alsdenn eine Null setze, z. B.

256
44
300

Hier machen 6 und 4 Einer einen Zehner und nichts mehr aus, folglich kömmt in die Classe der Einer 0.

Fer-

Ferner 5 und 4 Zehner und 1 aus der ersten Classe machen zehn Zehner, oder ein Hunderter, folglich kommt auch in die Classe der Zehner 0.

Zweyte Anmerkung.

Diese Art, von der rechten Hand bey der Addition anzufangen, ist grade nicht die einzige nothwendige; man könnte auch von der linken nach der rechten Hand hin addiren; dies würde aber mehr Umstände erfordern. Z. B.

 987.
2654

Hier würde ich schreiben, — — 2(Tausend).

9 und 6 Hundert macht 1500
8 und 5 Zehner macht 130
7 und 4 Einer macht 11

Nun müßte ich noch einmahl addiren, so erhielte ich - - 3641

(Solche Versuche gewöhnen die Schüler an, nicht mechanisch, sondern mit Nachdenken zu rechnen.)

§. 17.

Daß man auf die im vorigen §. gelehrte Art recht addire, zeigt das Verfahren selbst; allein man kann bey dem Rechnen überhaupt leicht aus Eilfertigkeit, oder einem Irrthume fehlen. Daher pflegt man bey berechneten Exempeln Versuche anzustellen, welche in einer Veränderung des Verfahrens bestehet, und wodurch es sich bald er-

giebt, ob man gefehlt habe. Man nennt dies Proben. Gewöhnlich werden die Proben bey jeder Rechnungsart besonders gelehrt. Ich trage aber Bedenken, dieses zu thun, und verspare die Proben, bis wir erst die 4 Species erklärt haben.

Anmerkung.

Der Kürze wegen hat man bey der Mathematik verschiedene Zeichen zum Ausdruck gewisser Wörter und Begriffe eingeführt. Man kann auch bey der gemeinen Rechenkunst die Anfänger gewöhnen, sich der in der Arithmetik gewöhnlichen zu bedienen. Die Addition drückt man mit dem Zeichen + aus. 6 + 2 heißt 2 zu 6 addirt. = ist das Zeichen der Gleichheit. 6 + 2 = 8 heißt 2 zu 6 addirt macht 8.

§. 18.

Die Multiplication.

Es kann der Fall kommen, daß eine Zahl mehrere mahl zu sich selbst addirt werden soll, z. B. 8 soll 6 mahl zu sich selbst addirt werden. Ich müßte nun schreiben

$$\begin{array}{r} 8 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ \hline \text{Summe ist } 48 \end{array}$$

Man würde aber bey dieser Art zu rechnen leicht fehlen können; außerdem würden große Exempel

pel eine höchst ermüdende Weitschweifigkeit verursachen. Sollte 352 hundert mahl zu sich addirt werden, so müßte ich 352 hundert mahl unter einander setzen, und dann zusammen rechnen. Man hat daher eine Rechnungsart erfunden, wodurch man sich dieser Umstände überhebt und nennt sie die Multiplication (Vervielfältigung ein und eben derselben Zahl).

§. 19.

Bey der Multiplication wird also eine gegebene Zahl so oft zu sich selbst addirt, oder vervielfältigt, als eine andere gegebene Einheiten in sich faßt. Z. B. 4 multiplicirt mit 3, heißt, die 4 so oft zu sich addiren, als die 3 Einheiten in sich hat, d. h. sie 3 mahl nehmen. Wird die Zahl 4 mit 3 multiplicirt, so heißen 4 und 3 die Factoren. Im besondern Verstande heißt die Zahl 4, welche multiplicirt wird, der Multiplicandus, die 3 der Multiplicator. Erfahre ich, daß 4 mit 3 multiplicirt, 12 macht, so habe in 12 das Product von 4 in 3 erhalten. Das Zeichen der Multiplication ist X. Daher 4 X 3 = 12 heißt 4 mit 3 multiplicirt gibt zum Product 12.

Anmerkung.

Es ist gleich ob ich 4 mit 3 oder 3 mit 4 multiplicire. Das Product ist eben dasselbe.

§. 20.

Es ist aber, um multipliciren zu können, auch nöthig, daß man in der Geschwindigkeit das Pro-

duct zweyer gegebenen Factoren wisse. Z. B. Wie viel ist 5 sechs mahl genommen? oder 5 mahl 6? Um die Producte der Einheiten zu wissen, (denn von größern Zahlen ist es nicht nöthig,) hat man das Pythagorische Täfelchen, oder sogenannte Einmahl Eins, welches ein jeder Schüler der Rechenkunst auswendig lerneu muß. Es ist folgendes:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

§. 21.

Soll eine Zahl mit der andern multiplicirt werden, so sezt man den Multiplicandus (man wählt dazu am liebsten den größern der beyden Factoren,) hin, schreibt den Multiplicator nach eben den Regeln, als bey der Addition, darunter, und zieht, wie dort, einen Strich. Z. B. 482 soll mit 4 multiplicirt werden. Ich schreibe

482 Multiplicandus
4 Multiplicator

Nun

Nun addire ich die erste Zahl zur Rechten so oft zu sich selbst, als der Multiplicator Einheiten hat. Hier wird 2 vier mahl zu sich addirt. Das Product von 2 vier mahl genommen, erhalte ich durch Hülfe des Einmahl Eins. **Vier mahl zwey** (man nimmt aber lieber die kleine Zahl zuerst, weil man auf diese Art das Einmahl Eins lernt) **zwey mahl vier** ist 8, und sezt nun dies Product, nämlich 8 unter den Strich und zwar unter die Classe der Einer, oder hier unter die 4.

2) Darauf fahre ich fort, 4 mahl 8 macht 32 und schreibe die 2 unter die Classe der Zehner, nehme aber die 3 in den Sinn.

3) Hierauf, 4 mahl 4 ist 16 und 3 aus der vorigen Classe dazu, macht 19, diese 19 setze ich noch vor die 2.

Erläuterung dieses Verfahrens.

Soll ich 484 mit 4 multipliciren, oder vervielfältigen, so wird gefodert, daß ich 484 **vier mahl** nehmen soll. Demnach muß ich die 4 Einer, die 8 Zehner und die 4 Hunderter, ein jedes 4 mahl nehmen. Dies ist geschehn: zwey mahl 4 Einer, gaben 8 Einer; 4 mahl 8 Zehner gaben 32 Zehner. Nun sind aber 30 Zehner schon 3 Hunderter, folglich mußte ich die 3 Hunderter in die folgende Classe bringen oder in den Sinn nehmen. 4 mahl 4 Hunderter sind 16 Hunderter, 3 dazu, gaben 19 Hunderter, oder Einen Tausender und 9 Hunderter. So erhielt ich das Product 1928.

Anmerkung.

Es ist so eben das geleistet, als wenn ich 1) 400, 2) 80 und 3) 2, ein jedes 4 mahl genommen hätte: denn

400 vier mahl genommen ist 1600
80 vier mahl genommen ist 320
2 vier mahl genommen ist 8

Summe = 1928, gleich dem vorhergehenden Producte.

§. 22.

Wenn der Multiplicator mehr, als eine Zahl, in sich enthält, so entsteht ein etwas verändertes Verfahren. Z. B. 256 soll mit 36 multiplicirt werden,

256
36

Ich setze hierbey den Multiplicator dergestalt unter den Multiplicandus, daß die Einer unter Einer und Zehner unter Zehner zu stehn kommen. Hierauf multiplicire ich zuerst 256 mit 6, oder nehme es 6 mahl, so erhalte ich 256
6
1536.

Hierauf multiplicire ich 256 noch einmahl, allein mit 3 und sage 3 mahl 6 ist 18. Diese schreibe ich jedoch so, daß die 8 unter die 3 zu stehen kommt, und fahre nun fort: 3 mahl fünf ist 15 und 1 dazu ist 16, die 6 kommt unter die 5; endlich sage ich: 2 mahl 3 ist 6 und 1 macht 7, und diese 7 kommt unter die Eins zu stehen. Nun nehme ich die beyden

den Reihen, 1536 und 7680 und addire sie, so habe ich das gesuchte Product.

256
36
1536
768
9216. des Product.

Erläuterung dieses Verfahrens.

Wenn 256 mit 36 multipliciret werden soll, so habe ich es 1) 6 mahl, 2) 30 mahl zu nehmen. Das erste erhalte ich, wenn ich mit 6, das zweyte, wenn ich es hernach mit 30 multiplicire. In dem lezten Falle sage ich zwar 3 mahl 6, indessen, weil 3 in der Classe der Zehner steht, sage ich eigentlich 3 Zehner 6 mahl genommen, macht 18 Zehner. Dies ist die Ursache, warum ich die 8 nicht unter die 6 Einer setzen kann, sondern sie als Zehner in die zweyte Stelle schreibe. Auf diese Art erhalte ich die Producte von 256 mit 6 und mit 30 multiplicirt. Es ist nun natürlich, daß ich beyde addiren muß, weil ich das Product im Ganzen haben will.

Anmerkung.

Es ist eben so natürlich, daß, wenn der Multiplicator aus 3 Zahlen besteht, ich alsdann, wenn ich mit den Hunderten multiplicire, die erste gefundene Zahl des Products der Hunderter noch eine Stelle zur linken Hand weiter unter die Classe der Hunderter setze, u. s. w. Z. B.

```
   256
   236
  ----
  1536
  768.
 512*.
 -----
 60416
```

* Die erste Zahl des Products der 2 Hunderter, nämlich von 6 zweyhundert mahl genommen, mußte hier auch in die Stelle der Hunderter gesezt werden.

§. 23.

Wenn am Ende des Multiplicators eine leere Classe; oder eine Null, vorhanden ist, so kann man der Kürze wegen die Null weglassen, mit den bloßen Zahlen multipliciren, und dem Producte die weggelassene Null hinten, rechter Hand, zufügen. Z. B. 237 soll multiplicirt werden mit 60. Statt daß ich nun das Exempel so aufsetzen und rechnen sollte

```
 237.
  60
 ----
 000
1422
```

Das Product 14220 so setze ich es so auf

```
237
 60
---
```

und betrachte die Null als überflüßig. Ich multiplicire nun 237 ordentlich mit 6

237
6

1422 Nun aber füge ich auch die weggelassene, oder herausgerükte Null, an 1422 und erhalte in 14220 das ordentliche gesuchte Product.

Erste Anmerkung.

Der Grund dieses Verfahrens ist der. Die Zahl 237 sollte mit 6 Zehnern multiplicirt, oder 60 mahl genommen werden. Um nicht die Nullen vergeblich zu schreiben, multiplicirte ich den Multiplicandus mit 6 Einern, daher ward das Product um 10 mahl geringer, als es werden sollte. Setze ich aber am Ende die Null an das Product, so wird eine jede Zahl dadurch in eine höhere Classe erhoben, folglich das ganze Product wieder zehnmal größer gemacht. Ich konnte auch so schreiben und rechnen

237
60

14220.

Zweyte Anmerkung.

Auch wenn am Ende des Multiplicators mehrere Nullen vorhanden, wird so verfahren. Z. B. 137 wird multiplicirt mit 900. Ich schreibe

137
900

123300

Dritte Anmerkung.

Stehn am Ende des Multiplicandus Nullen, so wird eben so verfahren. Ich soll 2300 mit 12 multipliciren, und schreibe daher

2300

```
 2300
 12..
-----
 46
23
-----
27600
  ..
```

Oder es finden sich am Multiplicator und Multiplicant aus Nullen, z. B. 2800 multiplicirt mit 1200. Hier wird 28 blos mit 12 multiplicirt, aber an das Product kommen die 4 Nullen. Z. B.

```
  ..
 2800
 1200
   ..
-------
  56
 28
-------
3360000
  ....
```

Dritte Anmerkung.

Ist eine Null in der Mitte des Multiplicators, so kann sie zwar nicht mit multipliciren; aber sie bewürkt doch das, daß das Product von der folgenden Zahl in dem Multiplicator, eine Stelle weiter zur Linken einnimmt. Z. B. 212 multiplicirt mit 201.

Ich sollte schreiben und rechnen

```
            212
            201
          -----
            212
           000
          424
          -----
Product = 42612
```

Hier

Hier macht die 0 in der Mitte, daß die erste Zahl des Products der 2 Hundert in die Stelle der Hunderter muß.

Indessen der Kürze wegen rechne ich:

```
  212
  201
─────
  212
 424
─────
24612
```

Vierte Anmerkung.

Wenn ich mehrere Zahlen mit einander zu multipliciren habe, z. B. 6 mit 4 und dieses wieder mit 2, so ist es einerley, wie ich die Factoren ordne. Ich kann rechnen

```
6 × 4
  4
────
 24
```
, und

```
hernach 24 × 2
           2
      ──────
so ist 48
```
das ganze Produet; oder ich ordne sie

```
so: 4 × 2        8 × 6
      2     und  6
    ────       ────
    8           48
```
so ist 48 das ganze Product, oder

```
 6 × 2        12 × 4
   2           4
 ────  und ──────
 12     so ist 48
```
das ganze Product.

Fünfte Anmerkung.

Kein Multiplications-Exempel ist schwer; allein so bald sie groß sind, und in beyden Factoren Zahlen über 5 vor-

vorkommen, so muß man mit großer Aufmerksamkeit rechnen, weil alsdann durch die in dem Sinn genommenen Zahlen, und hernach durch die Addition der einzelnen Producte leicht Fehler begangen werden.

§. 24.

Wir kommen nun auf die zweyte Hauptveränderung der Zahlen (zweyte eigentliche Species). Nach dieser werden die Zahlen verringert. Weil aber keine Zahl verringert werden kann, wenn man nicht eine kleinere als sie ist, von ihr wegnimmt, so heißt diese Species Subtraction (Wegnehmung der Zahlen). Wenn ich z. B. 6 von 8 wegnehme, oder abziehe, und finde, daß 2 übrig bleibt, so habe ich 6 von 8 subtrahirt.

§. 25.

Die Zahl, welche verringert werden soll, (8) heißt der Minuendus oder das *Integrum*. Diejenige, welche angiebt, wie viel von dem Minuendus weggenommen werden soll, (6) nennt man den Subtrahendus, und die, welche übrig bleibt (2), den Rest oder die Differenz. Das Zeichen der Subtraction ist — (weniger), daher 8 — 6 = 2, oder 6 von 8 abgezogen, bleibt 2 übrig.

§. 26.

Bey den Subtractionsexempeln merke man folgendes:

1) Der

1) Der Subtrahendus wird nach den Regeln der Addition dergestalt unter den Minuendus gesezt, daß Einer unter Einer, Zehner unter Zehner u. s. f. zu stehen kommen.

2) Man zieht unter den Subtrahendus einen Strich.

3) Man zieht nun Einheit von Einheit, Zehner von Zehnern u. s. w. ab, und sezt die vorigen einzelnen Reste der Classen unter den Strich, unter ihre Classen, so erhält man den ganzen Rest.

Z. B. Von 648 soll 436 abgezogen werden; Ich schreibe 648 Nun nehme ich von

```
648
436
---
212
```

den 8 Einern 6 hinweg, bleiben 2 Einer übrig; diese kommen unter den Strich, unter die 6. Von den 4 Zehnern 3 Zehner, so bleibt Ein Zehner. Dieser kommt unter die 3. Von den 6 Hunderten 4 Hunderter, so bleiben 2 Hunderter übrig, welche unter die 4 kommen. Folglich ist der gesuchte Rest 212.

Erste Anmerkung.

Der Minuendus muß stets größer, als der Subtrahendus seyn, wenn ein wirklicher Rest übrig bleiben soll.

Zweyte Anmerkung.

Es kann aber leicht kommen, daß in einer Classe im Subtrahendus eine größere Zahl, als in eben dieser Classe des Minuendus steht. Dies schadet aber

aber der Rechnung nicht; man kann sich helfen, wenn man borgt; denn da der ganze Minuendus doch immer größer, als der ganze Subtrahendus ist, so kann leicht dem Mangel einer Classe abgeholfen werden. Z. B. Von 4318 soll ich 2196 abziehen.

4318	
2196	Hier sage ich: 6 Einer von 8 Einer,
Rest 2122	bleiben 2 Einer übrig.

9 Zehner von Einem Zehner kann ich aber nicht abziehen. Ich nehme meine Zuflucht zum Borgen und borge von der folgenden Classe der Hunderter **Einen ganzen Hunderter**. Dieser aber enthält **zehn Zehner**. Daher nehme ich nun diese 10 Zehner und addire den einen, der schon in der Classe der Zehner vorhanden ist, hinzu und sage 10 und eins macht 11, davon gehen 9 ab, bleiben 2 Zehner, welche ich in den Rest setze. Ferner ziehe ich ein Hundert von 2 Hunderten ab (denn nachdem von den 3 Hunderten einer durch das Borgen weggekommen ist, so sind noch 2 da), so bleibt noch 1 Hunderter für den Rest; endlich 2 Tausender von 4 Tausenden, bleiben 2 Tausender übrig.

Erste Anmerkung.

Weil eine jede folgende Classe immer 10 mahl mehr ist, als die ihr zur Rechten steht, so erhält diese leztere stets **Zehen von ihrer Art**, so bald sie von der folgenden nur Eins nimmt. Daher komt es, daß, so bald eine Classe Eins borgt, sie sogleich 10 erhält, wozu sie dasjenige addirt, was sie schon hat, worauf alsdenn stets die Zahl des Subtrahendus kann abgezogen werden. Dies ist das sogenannte **Borgen** bey der Subtraction. Bey einer Zahl, von welcher 1 entlehnt ist, schreibt man gewöhnlich ein . , um es nicht zu vergessen, daß sie Eins weniger gilt.

Zweyte

Zweyte Anmerkung.

Es könnte der Fall kommen, daß die folgende Classe, wo ich borgen wollte, eine Null enthielte, wie dann? dann muß ich an die folgende Thür anklopfen, oder weiter borgen. Z. B.

$$\begin{array}{r} 4'0'6 \\ 257 \\ \hline 149 \end{array}$$

Sieben Einer kann ich da nicht wegnehmen, wo nur 6 Einer sind. Ich gehe daher zur folgenden Classe in der Absicht, einen ganzen Zehner zu borgen. Da ich zu der Classe der Zehner komme, so finde ich, daß gar keine vorhanden ist, ich gehe also zu den Hunderten, und nehme einen ganzen Hunderter hinweg. Was soll ich aber mit Hundert Einern in der Classe der Einer, ich brauche nur höchstens Zehen, um die 7 abziehen zu können. Daher nehme ich den Hunderter und gebe der Classe der Zehner 9 Zehner ab, Einen Zehner nehme ich in die Classe der Einer hinüber. Nun habe ich zehen Einer und 6 Einer, welche 16 machen. Davon ziehe ich 7 ab, so bleiben 9 für den Rest. Durch dieses Borgen sind in die Classe der Zehner 9 Zehner gekommen, ich kann also sagen 5 von 9 bleibt 4. Nun habe ich noch 3 Hunderter. 2 von 3 bleibt 1 Hunderter übrig.

Hieraus folgt, daß wenn ich über eine Null hinweg borge, diese Null nicht mehr und nicht weniger, als 9 werden kann. Wenn ich aber eine Zahl von einer Classe abziehen soll, wo Null steht, und von welcher noch nicht geborgt ist, so wird diese 10, denn sie borgt von der folgenden Ein Ganzes, und dieses wird bey ihr Zehn und bleibt es, da in ihr keine Zahl weiter vorhanden ist, die zu dieser Zehn addirt werden könnte.

Wenn ich von 6000 die Zahl 4362 abziehen soll, so schreibe ich

```
      6.0.0.0
      4 3 6 2
Rest. 1 6 3 8
```

Hier wird von den 6 Tausenden ein ganzer Tausender weggenommen. Dieser enthält 10 Hunderter. Neun davon behält die Classe der Hunderter. Ein Hunderter kommt in die Classe der Zehner. Hier wird er zehn Zehner. Neun davon behält die Classe der Zehner, und 1 Zehner wird der Classe der Einer zu Theil. Daher wird die erste Null zur Rechten zehen, alle andere zur Linken, worüber weggeborgt ist, werden 9. Der ganze Minuendus wird dadurch so zerlegt:

```
in 5000 vierte Classe
    900 dritte Classe
     90 zweyte Classe
     10 erste Classe
Summa 6000
```

§. 27.

Es kann der Fall kommen, daß ich wissen will, wie oft eine gewisse Zahl von der andern abgezogen werden könne, oder, welches eben das ist, wie oft die leztere in der erstern enthalten sey. In diesem Falle wird die erstere durch die leztere in so viel ihr gleiche Theile, als möglich ist, zertheilt, das heißt: sie wird dividirt, und das Verfahren selbst heißt die **Division.**

Ich erhalte die Zahl 12 und 3, und soll angeben, wie oft die Zahl 3 in 12 enthalten sey, oder, wie oft ich 3 von 12 abziehen könne. Finde ich, daß es 4mahl geschehen könne, so habe 12 mit 3 dividirt, und 4 ist das Gesuchte. Man nennt in diesem Falle die Zahl 12 den **Dividendus**, die 3 den **Divisor** und 4 den **Quotienten**. Das Zeichen der Division ist: 12 : 3 = 4 heißt 12 dividirt durch 3 giebt zum Quotienten 4.

Erste Anmerkung.

Hieraus sieht man, daß die Division nichts weiter sey, als eine Subtraction, wo der Subtrahendus von dem Minuendus so oft, als möglich, abgezogen wird, z. B. 12 dividirt durch 3 ist nichts anders, als

12 davon abgezogen
3
Rest = 9. erste Subtraction
3
Rest = 6 zweyte Subtraction
3
Rest = 3 dritte Subtraction
3
Rest = 0 vierte Subtraction.

Die 3 kann also von 12 viermahl abgezogen werden, ist also darinn viermahl enthalten.

Zweyte Anmerkung.

Wenn ich aber untersuchen sollte, wie oft 10 in 100,000 enthalten sey, und wollte dies durch die Subtraction erfahren, so müßte ich von 100,000 die Zahl 10 zehentausend mahl abziehen, daher hat man eine andere Art, dies zu erfahren, eingeführt, und dies ist die Division.

§. 28.

Man merke bey der Division folgendes:

1) Man setze den Dividendus hin, und ziehe einen senkrechten Strich hinter denselben zur rechten Hand.

2) Ueber diesen Strich schreibe man den Divisor hin.

3) Man nehme die erste Zahl des Dividendus linker Hand, und versuche, wie oft der Divisor in ihm stekt, schreibe den Quotienten hinter den Strich, multiplicire mit demselben den Divisor, setze dieses Product unter die gedachte erste Zahl des Dividendus, ziehe es davon ab und schreibe den Rest darunter.

4) Zu dem Reste sezt man die folgende Zahl des Dividendus hinunter, und verfährt eben so, und so weiter, so lange noch im Dividendus Zahlen vorhanden sind.

Beyspiel. Ich soll 735 mit 3 dividiren, ich schreibe und verfahre so:

```
    |  3
 735|245
 6: |
----|
 13 |
 12 |
-----
  15
  15
  --
  00.
```

Erläuterung.

Mit dem Divisor 3 dividire ich in die erste Zahl des Dividendus linker Hand, in 7, und sage: 3 in 7 habe ich 2 mahl. Die 2 kommt als Quotient hinter den Strich. Um nun zu wissen, ob ich den Divisor zu groß, oder zu klein, angenommen habe, so multiplicire ich den Divisor mit dem Quotienten und sage: 2 mahl 3 ist 6, diese 6 kommt unter die 7, darunter ein Strich. 6 von 7 bleibt Eins, folglich habe ich ihn nicht zu klein angenommen: denn alsdenn mußten wenigstens 3 übrig bleiben, oder wäre er zu groß, so müßte dies Product wenigstens um Eins größer, als 7 seyn. Zu der 1 setze ich nun die zweyte Zahl des Dividendus 3 herunter. Nun sage ich wieder: 3 in 13, viermahl. Diese 4 kommt in den Quotienten. Ich mache nun den vorigen Versuch, ob es der rechte Quotient sey, und multiplicire diese 4 mit dem Divisor, 3 mahl 4 ist 12. Diese 12 kommt unter die 13. Sie wird von ihr abgezogen, bleibt 1. Zu dieser Eins kommt nun die 5 hinab. Ich sage 3 in 15 habe ich 5 mahl. Die 5 kommt wieder in den Quotienten. Ich sage nun 3 mahl 5 ist 15. Diese 15 kommen unter die erstere 15, von ihr abgezogen, bleibt nichts übrig. Folglich ist 3 in 735 gerade 245 mahl enthalten.

Erste Anmerkung.

So oft ich eine Zahl hinunter setze, bezeichne ich den Raum zwischen ihr und dem Orte, wo sie zu stehen kommt, mit einigen Puncten, der deutlichen Uebersicht, bey größern Exempeln, wegen.

Zweyte Anmerkung.

Wenn der Divisor größer ist, als die erste Zahl des Dividendus, so nehme ich die beyden ersten Zahlen des Dividendus und dividire gleich in sie. Z. B.

```
          | 7
  245     | 35
  21:     |
  ---
   35
   35
  ---
   00
```

Hier sage ich 7 in 24 Dreymahl, u. s. w.

Dritte Anmerkung.

Es kann kommen, daß, wenn ich einmahl eine Zahl des Quotienten von einer Zahl des Dividendus abziehe, 0 übrig bleibt; dies verschlägt nichts, die folgende Zahl wird alsdenn zur Null hinab gesetzt. Z. B.

```
        | 3
  684   |228
  *6::  |
  ----
   08.
    6.
  ----
   24
   24
  ----
*  00
```

Hier giebt 6 von 6 Null; aber die 8 kommt herunter zur Null und ich sage nur: 3 in 8 zwey mahl.

Vierte Anmerkung.

Es kann auch kommen, daß im Dividendus eine Null folgt, oder eine Zahl, die kleiner ist als der Divisor. Alsdenn setze ich zwar die kleinere herunter, allein ich schreibe in den Quotienten Null, und denn setze ich gleich dazu die folgende Zahl. Z. B.

6018

```
        3
      |‿
 6018 |2006.
 6::: |
 ---- |
 0018
```

Hier sage ich 6 von 6 bleibt 0. Die Null des Dividendus hinunter; 3 in 0, Null mahl, die Null kommt in den Quotienten. Die 1 hinunter; 3 in 1 Nullmahl, die Null wieder in den Quotienten, die 8 hinunter; 3 in 18, 6 mahl.

§. 29.

Wir können bey der vorhin gelehrten Art zu dividiren zwey Fragen aufwerfen. Wenn wir das Divisionsexempel

```
      |3
      |‿
  795 |265
  6:: |
  --- |
  19:
  18:
  ---
   15
   15
  ---
   00.
```

betrachten, so haben wir zuerst gesagt: 3 in 7 zwey mahl, da es doch eigentlich heißt; 3 in 700. Wie kann ich in den Quotienten 2 setzen: Man merke: ich habe auch 3 in 700 nicht zwey mahl, sondern 200 mahl. Allein man betrachtet beym Dividiren die Zahlen nach dem **Werthe**, den der **Divisor** hat, hier als Einer, und so auch den Quotienten, weil man doch dabey richtig rechnet. Im Grunde sage ich: 3 in 700 habe ich

 200

200 mahl. Die 2 im Quotienten bekömmt auch den Werth von 200, weil durch die weitere Division zwey Zahlen dahinter kommen. Ferner dividire ich mit 3 in 190, und das kann ich 60 mahl. Diese 60 schreibe ich nicht in den Quotienten, sondern nur die 6: denn durch die lezte Zahl des Quotienten wird die 6 doch zur 60 erhoben. Zulezt sage ich nun 3 in 15 habe ich 5 mahl, so habe ich im Quotienten 265.

Das Exempel würde ohne diese Abkürzung so stehen:

	3	
795	200	
600		
195	60	
180	5	
15	265.	Quotient.
15		
00		

Wollte ich das Dividiren weitläuftig machen, so müßte ich eigentlich sagen: 3 in 700 habe ich 233 mahl. Eins bleibt übrig. 3 in 91 habe ich 30 mahl, eins übrig; 3 in 6 zwey mahl. Addirte ich nun

233
30
2

so gäbe die Summe auch 265 als den Quotienten von 3 in 795.

Die

Die zweyte Frage ist die: warum man von der linken zur rechten Hand dividirt, da bey den andern Rechnungsarten von der rechten zur linken gerechnet wurde? Die Ursach ist gleichfals die Ersparung der Weitläuftigkeit. So könnte das vorige Exempel auch berechnet werden, wenn ich von der rechten Hand anfienge, denn:

```
      | 3
      | ◡
  795 |
  ::3 |      1
 ----
  :92       30
  :90      234
 ---------------
  702|     265   der Quotient.
  702|
 ----
  000
```

§. 30.

Der Divisor kann auch aus zwey und mehreren Zahlen bestehn. Hier rechne ich, wie vorhin, nur versteht sich, daß ich nicht in eine Zahl des Dividendus allein dividiren kann. Z. B.

```
          12
          ◡
   4968 | 414.
   48:  |
  ----  |
     16 |
     12
  -----
      48
      48
  ------
      00
```

Hier nehme ich den ganzen Divisor 12 und dividire in eben so viel Zahlen (nämlich in zwey) des Dividendus. 12 in 49 vier mahl; 4 mahl 12 ist 48. Die 48 unter die 49 und abgezogen, bleibt 1, die 6 dazu. 12 in 16 Einmahl; Einmahl 12 ist 12, von 16 bleibt 4; die 8 dazu, 12 in 48 habe ich 4 mahl; 4 mahl 12 ist 48.

Erste Anmerkung.

Wären die beyden Zahlen des Divisors größer, als die beyden ersten in Dividendus, so muß ich in drey Zahlen des Dividendus dividiren. Z. B.

```
      |24
      | ◡
  216 |9   Quotient.
  216
 -----
  000
```

24 in 21 geht nicht, daher sage ich 24 in 216 habe ich 9 mahl u. s. w.

Zweyte Anmerkung.

Besteht der Divisor aus 3 Zahlen, so dividire ich damit in die 3 ersten Zahlen des Dividendus, und so mit mehrern in mehrere.

```
      |364
      | ◡
 7644 |21  Quotient.
 728: |
 -----|
  364
  364
 -----
  000
```

Dritte Anmerkung.

Da ich aber durch das Ein mahl Eins bey einem großen Diviso nicht gleich erfahren kann, wie oft er in einem aus mehrern Zahlen bestehenden Theile des Dividendus stecke, so versuche ich es mit der ersten, oder den beyden ersten Zahlen des Divisors. Z. B.

10260

```
         |342
 10260   |30   Quotient.
 1026:
 -----
 00000
```

342 in 1026 wie oft? Hier probire ich es mit der ersten, oder den beyden ersten Zahlen. 3 in 10 drey mahl, oder 34 in 102 drey mahl, u. s. w.

§. 31.

Die bisher gelehrte Art zu dividiren ist in der Mathematik üblich. Sie ist aber auch zum Gebrauch im gemeinen Leben zu empfehlen. Zwar nimmt ein großes Exempel, auf diese Art berechnet, etwas Raum ein, indessen hat man den Vortheil, daß man das Exempel immer durchsehn, und, wenn ein Fehler wo stekt, ihn bald auffinden kann. Man nennt diese Art zu dividiren, **unter sich dividiren.**

Erste Anmerkung.

Die Kaufleute und gewöhnlichen Rechenmeister bedienen sich indessen einer andern Art zu dividiren und nennen sie **über sich dividiren.** Man sezt dabey den Divisor unter den Dividendus, und wenn man die gefundene Zahl des Quotienten wieder mit dem Divisor multiplicirt hat, so zieht man ihn, wie bey der ersten Art, von dem Theile des darüber stehenden Dividendus ab, streicht den Divisor und den dazu gehörenden Theil des Dividendus durch, schreibt den Rest über den Dividendus, und fährt so fort. Z. B. 3 in 7614 dividirt:

```
 112  |
7614  | 2538 Quotient.
3333  |
```

Ich

Ich sage hier 3 in 7 zwey mahl, 2 mahl 3 ist 6 von 7 bleibt 1, und so wie ich dies sage, streiche ich die 3 und 7 durch, und setze die Eins über die 7. Ferner 3 in die darüber stehende 6 und übrig gebliebene 1, oder 3 in 16 fünf mahl, 3 mahl 5 ist 15 von 16 bleibt 1. Die 3, 6 und die erste Eins wird durchgestrichen. Die neue Eins kommt über die 6. Hierauf 3 in 11 drey mahl, drey mahl 3 ist 9 von 11 bleibt 2. Die 3, 1 und oben stehende 1 wieder durchgestrichen. Die 2 kommt über die Eins, und nun sage ich 3 in 24 acht mahl, 3 mahl 8 ist 24. Die 3, 4 und 2 durchgestrichen.

Zweyte Anmerkung.

Wenn der Divisor aus 2 oder mehrern Zahlen besteht, so verfahre ich auf ähnliche Art. Z. B. 8928 dividirt durch 12.

```
   1   |
  154  |
 8928  | 744.
 1222  |
  11   |
```

Hier sage ich 12 in 89 sieben mahl; 1 mahl 7 ist 7 von 8 bleibt 1, diese 1 kommt über die 8, und die untere 1 wird nebst der 8 durchstrichen, ferner 2 mahl 7 ist 14 von 19 bleibt 5. Die 5 über die 9 und die 2 und 9 durchstrichen. Nun weiter den Divisor so gesezt, daß die 1 unter die 2, die 2 daneben kommt. 1 in 5 vier mahl u. s. w. Der Grund dieses Verfahrens ist derselbe, wie bey der ersten Art, es ist auch im Grunde eben dasselbe, nur die Zahlen werden auf eine nicht so leicht zu übersehende Art gestellt.

§. 32.

Es kann sich leicht zutragen, daß der Divisor nicht gerade einige mahl ganz in dem Dividendus

ent=

enthalten ist. Z. B. 4 ist in 13, 3 mahl enthalten. Eins bleibt übrig. Dieses ist 1 von den 13. Daher ist 4 in den 13 drey mahl und noch dem 4 Theil nach enthalten. Man sieht, daß die Zahl 4 in Gedanken muß gebrochen werden, wenn ich mir den Quotienten von 4 in 13 richtig denken will. Daher verspären wir die Bemerkungen über das, was bey dem Dividiren übrig bleibt, bis auf die Lehre von den gebrochenen Zahlen.

Das dritte Capitel.

Von den sogenannten Proben bey den Rechnungsarten. (§. 17).

§. 33.

Die richtigste Probe bey der Addition ist, daß man vermittelst der Subtraction die einzelnen Posten von der Summe abziehe, so darf zulezt kein Rest bleiben, wenn richtig gerechnet worden ist. Z. B.

```
            240
             78
             11
           ----
            329 Summe
Probe  329
    1) 240         89       3)  11
       ---         78           11
    89 Rest     2) --          ---
                   11 Rest      0 Rest.
```

Da

Da die Summe allein aus den Posten erwächst, so muß sie völlig aufhören, wenn diese wieder von ihr weggenommen werden.

Anmerkung.

Bey großen Exempeln würde dies sehr ermüden, daher ist es am besten, daß man 1) sich befleißige, gleich mit Aufmerksamkeit zu rechnen, oder 2) daß man, wenn man, wie gewöhnlich, von oben herab die Posten zusammen gerechnet hat, nun zum zweyten mahle sie von unten herauf addire. Ist ein Fehler vorgefallen, so findet er sich so leicht. Die in den gewöhnlichen Rechenbüchern gelehrten Proben der Addition sind **ungründlich**, daher kommt es, daß durch dieselben ein Exempel, wenn es gleich falsch gerechnet ist, doch für richtig erkläit wird. Wer ganze Seiten Zahlen zu addiren hat, bedient sich mit gutem Erfolge des Mittels, daß er die Seite in **mehrere Abschnitte** zerlegt, die in jedem Abschnitte befindlichen Posten zusammen rechnet, und die Summen der Abschnitte zulezt addirt, woraus sich denn die Hauptsumma der ganzen Seite ergiebt.

§. 34.

Die Probe der **Multiplication** ist, daß man von den Factoren einen beliebigen nimmt, und mit ihm in das Product dividirt. Der andere muß herauskommen, wenn richtig gerechnet ist. Z. B. $4 \times 6 = 24$.

Dividire ich 4 in 24, so erhalte ich 6, oder 6 in 24, so bekomme ich 4, denn weil 4 sechs mahl genommen 24 giebt, so muß auch 4 in 24 sechs mahl stecken, und weil 6 vier mahl, 24 gibt, so muß auch 6 in 24 vier mahl enthalten seyn.

§. 35.

§. 35.

Bey der Subtraction erfahre ich, ob recht gerechnet sey, wenn ich den Subtrahendus zu dem Reste addire. Alsdenn muß der Minuendus herauskommen. 2 von 6 abgezogen, gibt Rest 4. Wird 4 wieder zu zwey addirt, so kommt 6 wieder heraus: denn der Rest ist der Unterschied zwischen dem Minuendus und Subtrahendus. Kommt nun dieser Unterschied, oder die Differenz zu dem Subtrahendus wieder hinzu, so muß ja der Minuendus wieder hergestellt werden.

§. 36.

Die Divisionsprobe wird vorgenommen, wenn ich den Quotienten mit dem Divisor multiplicire. Alsdenn muß der Dividendus herauskommen. In 46 soll 2 drey und zwanzig mahl enthalten seyn. Nehme ich nun 2 wirklich 23 mahl, so muß ich 46 erhalten. Erhalte ich 46 nicht, so ist auch 2 in 46 nicht 23 mahl enthalten. Das ist aber nichts anders, als ich multiplicire den Quotienten mit dem Divisor.

Erste Anmerkung.

War bey dem Dividiren etwas übrig geblieben, so addirt man es zu dem Producte bey der Probe hinzu. Z. B.

```
       |2
    47 |23.
    4:
   ----
    07
     6
   ----
     1
```

Probe 23. Quotient
2 Divisor

46

Das übriggebliebene 1 addirt.

47 Product, ist gleich dem Dividendus, folglich das Exempel richtig.

Zweyte Anmerkung.

Bey kleinen Exempeln rechnet man im gemeinen Leben gewöhnlich lieber das Exempel noch einmal durch, als das man die Probe macht. Bey größern kann man bey der Probe selbst leicht fehlen. Daher darf man sich auf die Proben nicht zu sehr verlassen, und es ist besser, sich gleich zum accuraten und richtigen Rechnen zu gewöhnen.

Das vierte Capitel.

Von den Rechnungsarten, mit benannten Zahlen (§. 14 Zweyte Anmerk.).

§. 37.

Es gibt im gemeinen Leben unzähliche Fälle, wo ich wirkliche Sachen zu addiren, von einander abzuziehn u. s. w. habe; dahin gehören z. B. Geld, Gewicht, Zeit, Korn, flüßige Sachen

chen u. s. w. Bey allen diesen Rechnungen muß man sich vorher die größern und kleinern Abtheilungen dieser Sachen bekannt machen. Wir werden zwar dem Schlusse dieses Buchs einige allgemeine Nachrichten von der Eintheilung der bekanntesten Dinge dieser Art beyfügen; da diese aber nicht in allen Ländern und Gegenden gleich ist, so muß man bey vorkommenden Fällen stets auf diesen Unterschied und die Landes-Gewohnheit Hinsicht nehmen.

§. 38.

Eine Hauptregel bey der Addition in benannten Zahlen ist die, daß nur Sachen von gleichen Namen addirt werden können, z. B. Thaler zu Thaler; Groschen zu Groschen; Winspel zu Winspel, u. s. f.

1) **Geld.** Die bey uns gewöhnliche Eintheilung des Geldes ist

a) Ein Reichsthaler hat 24 Groschen,

b) Ein Groschen 12 Pfennig.

Ich soll addiren 3 Rthlr. 19 ggr. 7 pf. zu 7 Rthlr. 13 ggr. 9 pf.

Hier setze ich die gleichnamigen Dinge unter einander, so,

	3 Rthlr.	19 ggr.	7 Pf.
	7 =	13 =	9 =
Summa	11 Rthlr.	9 ggr.	4 Pf.

Nun addire ich erstlich die Pfennige, zweytens die Groschen, zulezt die Thaler. Ich darf aber hier nicht

nicht jegliche 10 Pfennig in die Classe der Groschen bringen, (wie bey unbenannten Zahlen jegliche 10 Einer in die Classe der Zehner) sondern, weil 12 Pf. einen Groschen betragen, so kommen nur jegliche 12 Pf. in die Classe der Groschen, wo sie Eins gelten; auf ähnliche Art kommen jegliche 24 Groschen in die Classe der Thaler, wo sie Eins gelten. Daher sage ich nun 9 Pf. und 7 Pf. = 16 Pf. oder 1 ggr. 4 Pf. Die 4 Pf. kommen unter die Pfennige, die 12 Pf. in die folgende Classe, wo sie 1 ggr. sind. Ferner 13 ggr. und 19 ggr. machen 32 Groschen und 1 Groschen aus der ersten Classe dazu sind 33 Groschen. Diese enthalten 24 Groschen und 9 Groschen, d. i. Einen Thaler und 9 ggr. Daher kommen 9 Groschen in die Classe der Groschen und 24 Groschen in die Classe der Thaler, wo sie Eins gelten. Zuletzt 7 Rthlr. und 3 Rthlr. machen 10 und 1 dazu 11. Daher ist die Summe 11 Rthlr. 9 ggr. 4 Pf.

2) Gewicht. (Siehe unten die Tabelle.) 12 Pfund 18 Loth 3 Quentl. ingleichen 2 Pfund 17 Loth 2 Quentl. sollen addirt werden.

Schreibe:	12 ℔	18 Loth	3 Qtl.
	2 „	17 „	2 „
Summa	15 ℔	4 Loth	1 Qtl.

3) Zeit. Zu 13 Jahr 5 Monat 2 Wochen 3 Tage sollen addirt werden 2 Jahr 10 Monat 3 Wochen 9 Tage.

Schrei-

Schreibe:	13 Jahr	5 Mon.	2 Wochen	3 Tage.
	2 ⸗	10 ⸗	3 ⸗	4 ⸗
Summe	16 Jahr	4 Mon.	2 Wochen	0 Tag.

4) Getraide. Ein Oekonom hat nach und nach aufgeschüttet: 3 Winspel 16 Schffl. 3 Vierfaß Waizen. Ferner 1 Winspl. 13 Schffl. 2 Vierfaß Gersten. Noch 2 Winspl. 11 Schffl. 1 Vfaß Gersten und 5 Winspl. 19 Schffl. 1 Vfaß Waizen. Wie viel hat er zusammen?

Schreibe:	3 Winspl.	16 Schffl.	3 Vfaß	Waizen
	5 ⸗	19 ⸗	1 ⸗	—
Summe	9 Winspl.	12 Schffl.	— Vfaß	Waizen
Ferner:	1 Winspl.	13 Schffl.	2 Vfaß	Gersten
	2 ⸗	11 ⸗	1 —	—
Summe	4 Winspl.	— Schffl.	3 Vfaß	Gerste.

5) Maaß von flüßigen Dingen. Ein Weinhändler hat von einer gewissen Sorte Wein in besondern Fässern so viel Vorrath, als folgt. Wie viel hat er in Summa?

1)	3 Fuder	2 Orthoft	2 Eimer	1 Anker	18 Maaß
2)	5 ⸗	1 ⸗	1 ⸗	— ⸗	12 ⸗
3)	6 ⸗	3 ⸗	1 ⸗	1 ⸗	19 ⸗
S.	15 Fuder	3 Orthoft	2 Eimer	1 Anker	17 Maaß

§. 39.

Eine solche Multiplication, da beyde Factoren benannte Zahlen wären, kann es nicht geben.

Denn ich kann ja nicht einen Thaler Thaler mahl, oder Groschen mahl, nehmen. Der eine Factor muß schlechterdings eine unbenannte Zahl seyn. Wohl kann ich einen Thaler 6 mahl, 12 mahl u. s. w. nehmen. Multiplicire ich in benannten Zahlen, so setze ich 1) die benannten Größen in ihrer natürlichen Folge hin, als z. B. Thaler, Groschen, Pfennige; dann 2) nehme ich den andern Factor, der eine unbenannte Zahl ist, und mit derselben multiplicire ich jede einzelne Größe, die ich denn auf dieselbe Art, als vorhero in höhere Classen übertrage, z. B.

1) Geld. 6 Personen sollen ein jeder 5 Rthlr. 6 ggr. 9 pf. erlegen, oder 5 Rthlr. 6 ggr. 9 pf. sollen mit 6 multiplicirt, oder 6 mahl genommen werden. Wie viel macht das?

Schreibe:	5 Rthlr.	6 ggr.	9 pf.
			6
Product	30 :	36 :	54. :

Diese 30 Rthlr. 36 ggr. 54 pf. machen 31 Rthlr. 16 ggr. 6 pf.

2) Gewicht.

7 Centn.	30 ℔	28 Loth	3 Qtl.	X mit 5.
			5	
36 Centn.	44 ℔	15 Loth	3 Qtl.	

3) Zeit.

5 Jahr	17 Wochen	5 Tage	8 St.	X mit 3.
			3	
16 Jahr	1 Woche	2 Tage	0 St.	

4)

4) Getraide. Es soll zu vier verschiedenen Mahlen an Getraide geliefert werden: 5 Winspl. 9 Scheffel, 3 Vierfaß. Wie viel beträgts zusammen?

	5 Winspl.	9 Schffl.	3 Vfaß	X 4
			4	
Product	21 Winspl.	15 Schffl.	— Vfaß	

Anmerkung.

Auf diese Art verwandle ich auch größere Sorten in kleinere. Z. B. Wie viel Groschen befinden sich in 100 Thalern? Hier wird 100 mit 24 multiplicirt, macht 2400 Groschen. Oder 30 ℔ 7 Loth, wie viel Loth sind das? Ich multiplicire in diesem Falle 30 mit 32, und zum Producte addire ich 7, macht 967 Loth. Man nennt dies Resolviren.

§. 40.

Subtrahire ich, so ist bey der Stellung alles, wie bey der Addition, und bey dem Abziehn, borgen u. s. w. gebe ich nur auf die Eintheilung der Sachen acht. Z. B.

1) Geld. Einer hat 317 Rthlr. 18 ggr. 10 pf. des Jahrs einzunehmen, er hat 293 Rthlr. 20 ggr. 11 pf. ausgegeben; wie viel hat er erspart?

	317 Rthlr.	18 ggr.	10 pf.
	293 „	20 „	11 „
Rest.	23 Rthlr.	21 ggr.	11 pf.

2) Gewicht. Ein Kaufmann hat Vorrath an Gewürzen 73 Centn. 12 ℔ 8 Loth und 1 Quentl.

 Er

Er macht einen schleunigen Absatz von 62 Centn. 98 ℔ 30 Loth und 3 Qtl. Wie viel hat er noch Vorrath?

	73 Centn.	12 ℔	8 Loth	1 Qtl.
	62 "	98 "	30 "	3 "
Rest.	10 Centn.	23 ℔	9 Loth	2 Qtl.

3) Zeit. Es ist Jemand gebohren 1731 den 1 April Vormittags um 9 Uhr, 48 Minuten, und gestorben 1790 den 24 Februar Nachmittags um 3 Uhr 47 Minuten. Wie lange hat er gelebt?

	1790 Jahr	1 Mon.	23 T.	15 St.	47 M.
	1731 "	3 "	— "	9 "	48 "
Alter	— 58 Jahr	10 Mon.	23 T.	4 St.	59 M.

§. 41.

Wenn ich mit benannten Zahlen dividire, so soll ich entweder benannte Zahlen in benannte, oder allgemeine Zahlen in benannte dividiren. Z. B.

Erster Fall.

Es nimmt Jemand aus verschiedenen Posten 984 Groschen ein; wie viel Thaler sind es?

```
    | 24
984 | 41 Rthlr.
96:
---
 24
 24
---
 00
```

Man

Man nennt diese Verrichtung, wo eine kleinere Sorte in eine größere verwandelt wird, Reduciren. So z. B. Wenn ich 73 Loth auf Pfunde reduciren sollte,

```
     | 32
     | ◡
  73 | 2 ℔ 9 Loth.
  64 |
 ----
  -9
```

Es hat Jemand bey einer Rechnung zulezt gefunden, daß das gesuchte Geld 25704 pf. betrage; wie viel enthalten diese Thaler und Groschen?

```
       | 12              | 24
       | ◡               | ◡
 25704 | 2.142 ggr.      | 89 Rthlr.
 24::: | 192 :    :
 -----   --------
 -17::    22.2
  12::    216
 -----   -----
 -5.0:     6 ggr.
  48:
 -----
  -24
   24
 -----
   00
```

89 Rthlr. 6 ggr. das Gesuchte.

Es sollen 7 Rthlr. 12 ggr. so an verschiedene Personen vertheilt werden, daß jede 18 Groschen erhält, wie viel werden deren profitiren können?

Auflösung.

Die Thaler verwandelt man in Groschen, addirt 12 ggr. dazu, und dividirt durch 18.

24	180	18
7	18:	10 Personen profitiren davon.
168	00.	
12		
180		

Eine Breite enthält 13 Hufen. Diese 13 Hufen halten 62400 Quadratruthen. Es frägt sich; wie viel ein Morgen auf dieser Breite Quadratruthen in sich fasse?

Auflösung.

Eine Hufe enthält 30 Morgen, daher machet erst die 13 Hufen durch die Multiplication mit 30 zu Morgen. Hierauf dividirt mit der Zahl der Morgen in die Zahl der gesammten Ruthen der gedachten Breite; der Quotient ist die Zahl der Ruthen für jeden Morgen.

13	62400	390
30	390::	160 Quadrat-Schuh enthält ein Morgen.
390 Morgen hat die Breite	2340:	
	2340:	
	00	

Zweyter Fall.

Drey Kaufleute theilen sich in Waaren, deren Gewicht 7 Centn. 51 ℔ und 16 Loth enthält. Wie viel bekommt ein jeder?

7 Centn.

7 Centn. 51 ℔. 16 Loth. (der Centn. zu 100 ℔)

100
700
51
751 ℔. | 3 | 250 ℔.
6:
15
15
01

Ein ℔ welches übrig bleibt, und 16 Loth enthalten

48 Loth. | 3 | 16 Loth.
3:
18
18
00

Einer enthält 250 ℔ 16 Loth oder 2 Centn. 50 ℔ 16 Loth.

Fünf Personen gewinnen in der Lotterie nach Abzug aller Kosten 275 Rthlr. 19 ggr. 7 pf.

Wie viel hat eine jede gewonnen?

55 Rthlr. 3 ggr. 11 pf. gewinnt ein jeder

```
              | 5                          | 5
275 Rthlr.    | 55 Rthlr.       19 ggr.    | 3 ggr.
25 :          |                 15         |
-----------   |                 ---------
 25                             4 ggr.     oder
 25
----   -----
 00                    48 pf.
                       dazu 7 : 5
                       ----------
                         55 | 11 pf.
                          5 :|
                        -----|
                          05 |
                           5
                        -----
                           0
```

Das fünfte Capitel.

Von den Brüchen.

§. 42.

Wir haben bisher die Zahlen so betrachtet, daß wir sie uns als eine, oder mehrere Einheiten vorstellten, und uns bey denselben stets etwas Ganzes gedachten; z. B. Ein Thaler, zwanzig Thaler, zehen Pfund. Man kann aber auch sich die Einheit in gewisse Theile zerlegt vorstellen, und mit Theilen des Ganzen zu rechnen haben, alsdann hat man Brüche (fractiones, numeros fractos). Z. B. die Hälfte eines Thalers, oder

oder der dritte Theil von einem Thaler, u. s. w. sind Brüche.

§. 43.

Man nennt einen, oder mehrere solche Theile eines Ganzen einen Bruch, und dieser entsteht demnach, wenn ein Ganzes in zwey, oder mehrere gleiche Theile getheilt wird, und man von denselben einen, oder mehrere, nimmt.

§. 44.

Folgende Vorstellung wird die eigentliche Beschaffenheit eines Bruchs deutlicher machen. Die Linie a b ist in vier Theile getheilt.

```
         1          2          3          4
a |---------|----------|----------|----------| b
```

Ich bemerke bey dieser Linie folgendes:

1) Die Linie a b ist hier ein Ganzes, und heißt Eins.

2) Sie ist in 4 Theile a 1; 1. 2; 2. 3; 3. 4. zerlegt.

3) Diese Theile sind einander völlig gleich.

4) Von diesen Theilen nehme ich einen, oder zwey, oder drey, so habe ich einen Bruch (eine gebrochene, oder zerstückte Einheit).

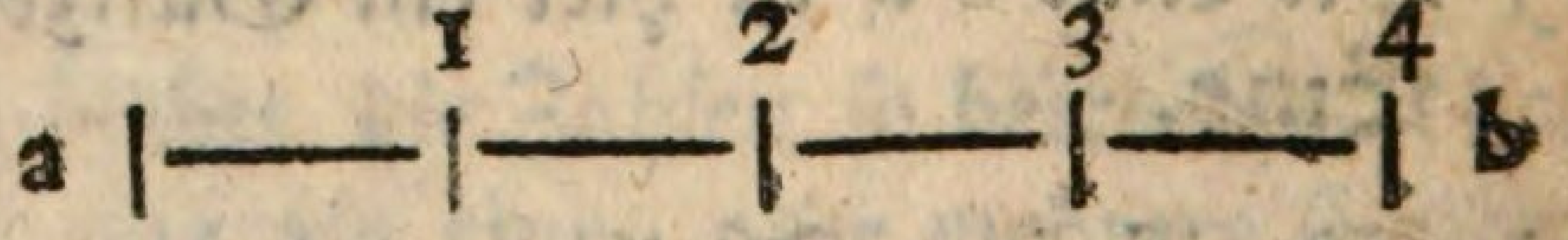
Z. B.

z. B. Ich nehme von der Linie a b das Stückchen a 1, so habe ich von der in vier gleiche Theile zertheilten Linie a b den vierten Theil, oder ein Viertel. Nehme ich a 2, so habe ich zwey Viertel.

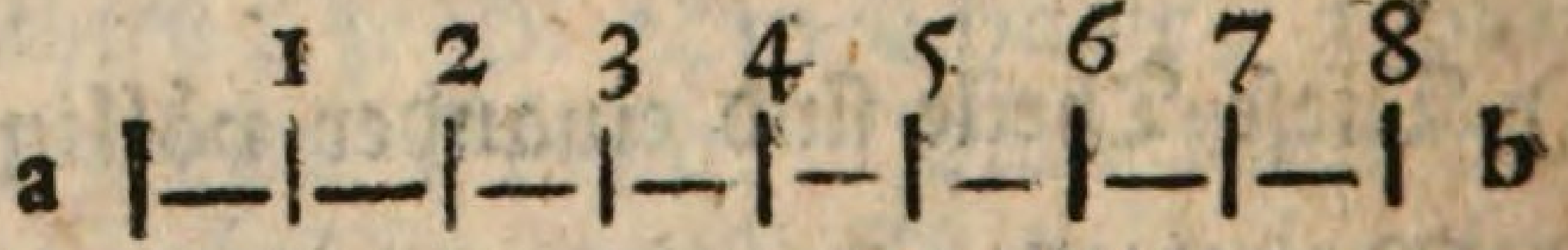
Nehme ich a 3, so erhalte ich drey Viertel. Alle viere, oder a b, oder a 4, kann ich als einen eigentlichen Bruch nicht nehmen, sonst hätte ich die ganze Linie, oder ein Ganzes, oder Eins. Das wäre kein ordentlicher Bruch mehr.

§. 45.

Allein diese Eintheilung des Ganzen in vier Theile war sehr willkührlich. Ich kann in meinem Kopfe mir das Ganze in so viel gleiche Theile zerlegt gedenken, als Zahlen möglich sind, und im gemeinen Leben stoßen uns Fälle auf, da das Ganze wirklich nach allen möglichen Zahlen zertheilt ist. Eben die in vier gleiche Theile zertheilte Linie



kann auch in 8 gleiche Theile



zerlegt seyn, alles nach meiner Willkühr, und im gemeinen Leben nach Absichten und Zufällen.

Anmer=

Anmerkung.

Ein Thaler, ist, als Thaler betrachtet, ein Ganzes. Allein er soll unter drey Personen in gleiche Theile vertheilt werden. Hier muß ich ihn in drey gleiche Theile theilen. Sollen sechs Personen an ihm gleichen Antheil haben, so muß ich ihn in sechs gleiche Theile zerlegen. In beyden Fällen mache ich Brüche.

§. 46.

Aus dieser Vorstellung von einer gebrochenen Zahl ergiebt es sich, daß bey jedem Bruche zwey Fragen vorkommen müssen, ohne deren Erörterung ich mir den Bruch nicht deutlich denken kann.

1) In wie viel Theile ist das Ganze getheilt, aus welchem mein Bruch entstanden ist?

2) Wie viel solcher Theile enthält mein Bruch in sich?

Die Linie

a 1 2 3 4

a b, |——|——|——|——| b

ist in vier Theile zerlegt. Gesezt ich hätte davon drey Theile, als einen Bruch, so würde ich die erste Frage so beantworten müssen: Das Ganze ist hier in vier Theile getheilt. Die andere: ich habe davon drey Theile. Demnach erhielte mein Bruch von dem in vier Theile zerlegten Ganzen drey Theile.

Anmer-

Anmerkung.

Hieraus entstehen zwey Zahlen und zwey Benennungen bey jedem Bruche. Die Zahl, welche zu erkennen giebt, in wie viel Theile das Ganze getheilt sey, heißt der **Nenner**; die, welche sagt, wie viel ich solcher Theile habe, heißt der **Zähler**. Folglich, wenn ich drey Viertel habe, so ist **Viertel** der Nenner und **drey** der Zähler.

§. 47.

Man schreibt den Bruch so, daß beyde Zahlen unter einander stehn. Der Zähler nimmt oben, der Nenner unten seinen Platz ein. Dazwischen steht ein Querstrich, z. B. $\frac{3}{4}$ heißt **drey Viertel**, $\frac{6}{8}$ sechs Achtel, $\frac{17}{35}$ siebenzehn fünf und Dreyssigstel.

§. 48.

Weil alle Theile zusammengenommen immer dem Ganzen gleich sind, so darf der eigentliche Bruch nie alle Theile des Ganzen in sich enthalten, oder der Zähler darf nie dem Nenner gleich, oder gar größer, als er seyn. Z. B. $\frac{4}{4}$, oder gar $\frac{5}{4}$ wäre kein ordentlicher Bruch.

Erste Anmerkung.

Zwölf Zwölftel eines Thalers ist kein Stück des Thalers mehr, sondern der Thaler selbst, folglich kein Bruch. Eben so wenig sind $\frac{13}{12}$ eines Thalers ein Bruch, weil sie mehr, als ein Ganzes, sind. Indessen muß man doch beym Rechnen zuweilen eine solche Art eines Bruchs annehmen, wo der Zähler dem Nenner gleich, oder größer, als er ist, das

heißt,

heißt, wo man ein Ganzes als einen Bruch ausdrückt. Z. B. $\frac{4}{4}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{48}{48}$, oder, wo neben dem eigentlichen Bruche noch ein Ganzes mit enthalten ist. Z. B. $\frac{13}{12}$, welches nichts anders als $\frac{12}{12}$ und $\frac{1}{12}$, oder ein Ganzes nebst einem Zwölftel ist. Eben so $\frac{11}{3}$ ist gleich $\frac{3}{3}$ + $\frac{3}{3}$ + $\frac{3}{3}$ und $\frac{2}{3}$ oder drey Ganzen und zwey Dritteln, das heißt, ich habe drey ganze Größen, jede deren ist in drey Theile getheilt, und noch von einer in drey Theile getheilten Größe habe ich zwey Theile. Eilf Drittel eines Thalers sind drey ganze Thaler und zwey Drittel.

Zweyte Anmerkung.

Diese Arten von Brüchen heißen **unächte Brüche** (*fractiones spuriae*), dahingegen jene **ächte, wirkliche,** (*verae*) genannt werden.

§. 49.

Bey einem unächten Bruche erhalte ich das Ganze entweder schon in dem Zähler, mit z. B. $\frac{4}{4}$, oder es steht als eine ganze Zahl dabey, z. B. $2\frac{1}{4}$ d. h. zwey Ganze und ein Viertel. Die lezten Brüche heißen **vermischte** (*fractiones mixtae*).

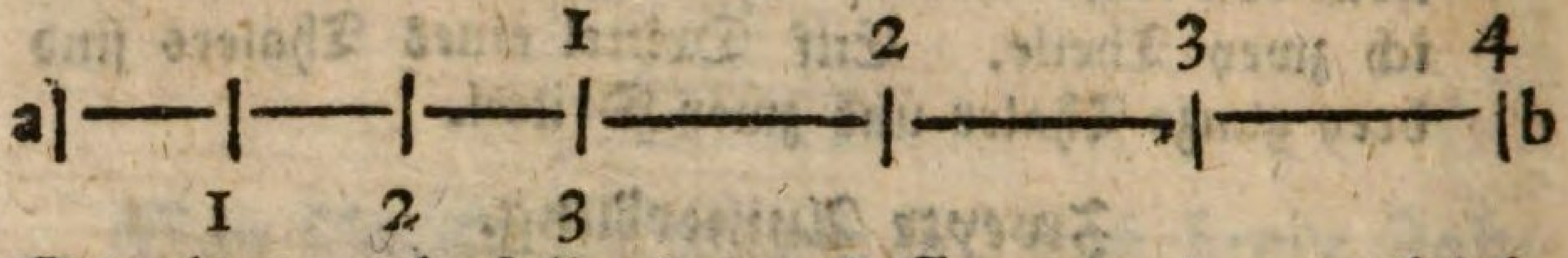
Erste Anmerkung.

Ist ein **vermischter Bruch** z. B. $2\frac{1}{4}$ vorhanden, den ich in einen unächten verwandeln will, so darf ich nur das Ganze mit dem Nenner multipliciren, hier 2 mahl 4 ist 8, und den Zähler dazu addiren; der alte Nenner bleibt, 8 und 1 ist 9 also $\frac{9}{4}$. Umgekehrt, soll ein solcher Bruch in einen vermischten verwandelt werden, so muß ich mit dem Nenner in den Zähler dividiren, der Quotient wird das Ganze und der Rest der neue Zähler. Der alte Nenner bleibt. Z. B. $\frac{9}{4}$; 4 in 9 zwey mahl, 1 Rest, macht $2\frac{1}{4}$. Geht der Nenner in dem Zähler auf, so bleibt kein Bruch übrig. Z. B. $\frac{12}{3}$, 3 in zwölfen 4 mahl, macht 4 Ganze.

Zweyte Anmerkung.

Der Grund hiervon ist sehr leicht einzusehen. Denn ein Ganzes hat vier Viertel. Wenn ich also die vier Viertel hier zweymahl nehme, so habe ich die 8 Viertel oder 2 Ganze.

§. 50.



Die Linie a b soll als ein Ganzes in 4 gleiche Theile getheilt seyn. Allein, gesezt ich hätte davon keinen ganzen Theil. Ein Viertel, als a 1 wäre wieder in drey gleiche Theile zerstückt worden, davon hätte ich nun zwey. Was habe ich dann? Dann habe ich einen Bruch von einem Bruche, nämlich zwey Drittel von einem Viertel. Man nennt solch einen Bruch, einen gebrochnen Bruch, (*fractionem fractam*) und schreibt ihn $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{4}}$, oder $\frac{\frac{2}{3}}{4}$.

Erste Anmerkung.

Ein Viertel von einem Thaler sind 6 Groschen. Zwey Drittel von einem Viertel Thaler sind also zwey Drittel von 6 Groschen. Theile ich nun 6 Groschen in drey Theile, so macht ein Drittel 2 Groschen, und 2 Drittel 4 Groschen. Daher ist 2 Drittel von einem Viertel Thaler gleich 4 Groschen. Man schreibt einen solchen Bruch $\frac{\frac{2}{3}}{4}$ Rthlr. Drey Viertel von zwey Drittel Thaler enthalten 12 Groschen $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{3}}$ Rthlr.

Zweyte Anmerkung.

Wie man gebrochene Brüche in reine Brüche verwandelt, davon siehe unten §. 62.

§. 51.

Habe ich bey einem Bruche von dem Ganzen viel, so ist der Bruch groß; habe ich wenig, so ist er klein. Enthält daher der Zähler viel Theile von dem Nenner, so kann der Bruch groß; enthält er aber wenige, so kann er klein genennet werden. So ist $\frac{5}{6}$ ein großer; $\frac{1}{6}$ ein kleiner Bruch.

Erste Anmerkung.

Daher ist der Bruch $\frac{5}{6}$ größer, als $\frac{2}{6}$. $\frac{5}{6}$ Rthlr. sind 20 ggr.; hingegen $\frac{2}{6}$ nur 8 ggr.

Zweyte Anmerkung.

Deswegen kann man die Größe eines Bruchs keinesweges nach der Größe seiner Zahlen überhaupt beurtheilen, sondern blos nach der Regel des 51 §. So ist $\frac{30}{100}$ nicht so groß, als $\frac{1}{2}$, obgleich der erstere Bruch mit größern Zahlen ausgedrückt ist.

§. 52.

Wird der Nenner eines Bruchs mit irgend einer Zahl multiplicirt; der Zähler aber unverändert gelassen, so wird der Bruch kleiner. Denn da durch diese Multiplication das Ganze in mehr Theile getheilt wird, und ich bey unverändertem Nenner doch nur so viel Theile von dem Ganzen, als vorhin, behalte, so bekomme ich von dem Gan-

zen weniger, als vorher, und der Bruch wird kleiner (§. 51.).

Multiplicirt man in $\frac{2}{3}$ den Nenner mit 2, so bekommt man $\frac{2}{6}$, welcher Bruch kleiner, als $\frac{2}{3}$ seyn muß, weil ich in dem ersten Falle von dem in 3 Theile gelegten Ganzen 2 Theile besaß; im andern Falle aber nur gleichfalls 2 Theile von dem nun in 6 Theile zerlegten Ganzen bekommen (§. 51.).

Erste Anmerkung.

Wird ein Thaler in 3 Theile getheilt, von welchen ich 2 Theile (16 ggr.) habe, so erhalte ich weniger, wenn der Thaler in 6 Theile zerlegt wird, und ich gleichfalls nur 2 solcher Theile (8 ggr.) bekomme.

Zweyte Anmerkung.

Um so viel mahl durch eine solche Multiplication der Nenner vervielfältigt wird, um so viel wird der ganze Bruch vermindert. Ist in $\frac{2}{3}$ der Nenner 3 mit 2 multiplicirt, so ist $\frac{2}{6}$ noch einmahl so klein, als $\frac{2}{3}$ war, in dem 3 durch 2 in noch einmahl so viel Theile getheilt wird, als vorhin statt fanden.

§. 53.

Wenn aber der Zähler eines Bruchs mit einer Zahl multiplicirt wird, und der Nenner bleibt, so wird der Bruch größer. Denn ich erhalte hier mehrere Theile von dem Ganzen, als ich vorher hatte. $\frac{2}{6}$ ist weniger, als, wenn der Zähler noch mit 2 multiplicirt wird, $\frac{4}{6}$.

Erste Anmerkung.

Um so vielmahl durch eine solche Multiplication der Zähler vervielfältigt wird, um so vielmahl wird der Bruch vergrößert. Hier ist $\frac{4}{6}$ noch einmahl so groß, als $\frac{2}{6}$: denn der Nenner wird noch einmahl zu sich selbst gesezt.

Zweyte Anmerkung.

Wird Zähler und Nenner mit einerley Zahl multiplicirt, so bleibt der Bruch derselbe. Denn um so viel er durch die Multiplication des Zählers mit der Zahl vergrößert wird (§. 53.), um so viel wird er durch die Multiplication des Nenners mit eben dieser Zahl wieder vermindert (§. 52.). Z. B. $\frac{2}{3}$ multiplicirt mit 2 ist $\frac{4}{6}$, welches gleich $\frac{2}{3}$ seyn muß.

Dritte Anmerkung.

Dividirt man den Nenner eines Bruchs mit einer Zahl, so wird (da die Division die umgekehrte Wirkung der Multiplication hat) der Bruch größer. $\frac{2}{8}$: 2 ist $\frac{2}{4}$. Dividirt man damit hingegen den Zähler, so wird der Bruch kleiner. $\frac{4}{6}$: 2 ist $\frac{2}{6}$.

Vierte Anmerkung.

Wird der Zähler und Nenner mit einerley Zahl dividirt, so bleibt der Bruch derselbe: denn was er durch die Division des Zählers kleiner wird, das wird er durch die Division des Nenners wieder größer. $\frac{4}{8}$: 2 ist $\frac{2}{4}$ welches nichts anders, als $\frac{4}{8}$ seyn kann.

§. 54.

Bey den Brüchen finden drey besondere Aufgaben statt, ohne deren Auflösung man nicht im Stande ist, Exempel mit Brüchen (und deren sind die meisten) zu berechnen.

Diese Fälle sind: 1) Brüche aufzuheben,
2) mehrere Brüche unter einerley Nenner, oder Benennung, zu bringen und
3) sie nach den 4 *Speciebus* zu behandeln.

§. 55.

Einen Bruch aufheben, heißt: ihn, wenn er mit großen Zahlen geschrieben war, in einen Bruch zu verwandeln, der mit einer kleinern Zahl geschrieben wird, und eben derselbe Bruch, dem Werthe nach, bleibt, das heißt, nicht größer, oder kleiner als vorher wird.

Erste Anmerkung.

Ich sehe, daß ich statt $\frac{2}{4}$ Thaler, oder $\frac{4}{8}$ Thaler, da beydes zwölf Groschen, oder einen halben Thaler beträgt, auch $\frac{1}{2}$ Thaler schreiben könnte. Also ist $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$ einerley. Aber, das bemerke ich dabey, daß $\frac{1}{2}$ Thaler der bequemste Ausdruck ist. Hier habe ich bey einer schnellen Uebersicht einen Begriff von dem ganzen Bruche. Bey $\frac{2}{4}$ muß ich den Thaler erst in Gedanken in 4 Theile theilen und 2 deren nehmen, bey $\frac{4}{8}$ gar in 8 Theile, und deren 4 zusammenrechnen. Demnach werden Brüche, die mit größern Zahlen, sowohl im Zähler, als Nenner, geschrieben werden, dadurch undeutlicher, weil ich nicht so geschwind übersehen kann, wie viel vom Ganzen in dem Zähler enthalten ist. Wenn ich nun gefragt würde; wie viel ist $\frac{395}{790}$ Thaler, so würde ich bey diesem in noch größern Zahlen ausgedrückten Bruche den wirklichen Werth noch weniger auf der Stelle angeben können. Aus diesem Grunde sieht man sich genöthigt, Brüche, die mit großen Zahlen geschrieben sind, in solche zu verwandeln, die mit kleinern Zahlen geschrieben werden, und doch dieselben Brüche bleiben, das heißt: Brüche aufheben.

Zweyte Anmerkung.

Wenn ein Bruch soll aufgehoben werden, so ist das erste, was man dabey zu thun hat, dieses, daß man versucht, ob, sowohl Zähler, als Nenner durch einerley Zahl dergestalt dividirt werden könne, daß nichts übrig bleibt. Geht das an, so werden statt des alten Zählers und Nenners ihre neuen Quotienten gesezt. Z. B. in $\frac{8}{32}$ läßt sich 8 durch 4, und auch 32 durch 4 ohne Rest dividiren, daher kann ich nun $\frac{2}{8}$ schreiben, welches gleich $\frac{8}{32}$ ist (§ 53. vierte Anmerk.)

Dritte Anmerkung.

Geht der Zähler selbst in den Nenner ohne Rest auf, so kann man seinen Quotienten zum neuen Nenner machen und zu seinem Zähler 1 setzen. Z. B. $\frac{48}{96}$. 48 in 96 zwey mahl; demnach wird 2 der neue Nenner, und zu seinem Zähler wird 1 angenommen. So erhalte ich $\frac{1}{2}$. Der Grund ist der vorige. Hier läßt sich nämlich Zähler und Nenner durch 48 dividiren. 48 in 48 ein mahl. 48 in 96 zwey mahl.

Vierte Anmerkung.

Dies wird aber der seltenste Fall seyn. Es wird die meiste Zeit ein Rest übrig bleiben. Man merke hierbey überhaupt folgendes:

Man muß vermittelst der 9 Einer nach und nach versuchen, ob einer derselben in dem Zähler und Nenner, ohne Rest, aufgeht. Findet sich dieses, so wird der Quotient dieser Zahl in den Nenner, der neue Nenner, und der Quotient derselben in den Zähler, wird der neue Zähler. Z. B. der Bruch $\frac{25}{30}$ soll aufgehoben werden. Ich sehe, daß hier der Zähler in dem Nenner nicht aufgeht. Ich versuche es daher mit der 2, diese geht in 25 nicht auf, ob es gleich in 30 geschieht. Die 3 geht in 25 auch nicht auf, die 4 auch nicht; aber die 5 in beyden. Indem nun 5 in 25 zum Quotienten 5,

giebt, so ist 5 der **neue Zähler**, und da 5 in 30 zum Quotienten 6 hat, so ist 6 der **neue Nenner**, also $\frac{5}{6}$ der neue Bruch = $\frac{25}{30}$

Fünfte Anmerkung.

Da sich 5 in Zähler und Nenner ohne Rest dividiren läßt, so muß auch dieser Bruch $\frac{5}{6}$ dem vorigen $\frac{25}{30}$ gleich seyn. (S. Zweyte Anmerk.)

Sechste Anmerkung.

Wenn Zähler und Nenner am Ende Nullen haben, so kann man von beyden gleich viel **Nullen** wegstreichen, z. B. $\frac{100}{300}$ oder $\frac{1\not{0}\not{0}}{3\not{0}\not{0}}$ gleich $\frac{1}{3}$. Hier ist es ebendas, als wenn Zähler und Nenner durch 100 dividirt wäre.

Siebente Anmerkung.

Ist am Ende des Zählers und Nenners eine 5, oder am Ende des einen eine 5, und des andern Null, so ist 5 sicher die aufhebende Zahl. Z. B.

$$\frac{35}{160} = \frac{35}{160} \;\Big|\; \overset{5}{\smile}\; \frac{7}{32}.$$

Achte Anmerkung.

Wenn man durch die einfachen 9 Zahlen keinen gemeinschaftlichen Divisor suchen will, so kann man zu folgendem Versuche schreiten. Man dividirt mit dem Zähler in den Nenner. Der Rest wird der neue Divisor, und der alte Divisor wird der neue Dividendus. So fährt man fort, bis nichts übrig bleibt. Alsdann wird der lezte Divisor der **Divisor des ganzen Bruchs**. Z. B. $\frac{28}{64}$

Aufhebung 1) $\begin{array}{r|l} & 28 \\ 64 & 2 \\ 56 & \\ \hline 8 & \end{array}$ 2) $\begin{array}{r|l} & 8 \\ 28 & 3 \\ 24 & \\ \hline 4 & \end{array}$ 3) $\begin{array}{r|l} & 4 \\ 8 & 2 \\ 8 & \\ \hline 0 & \end{array}$

4 ist die Zahl, die den Bruch so aufhebt, daß er am kleinsten wird. Also

$$\frac{28}{64} \Bigg| \overset{4}{\frac{7}{16}}$$

Erläuterung.

Mit dem Zähler 28 wird in den Nenner 64 dividirt und der Quotient ist 2; 56 abgezogen von 64 giebt 8. Dieser Rest wird der neue Divisor, und der alte Divisor 28 wird der neue Dividendus. 8 in 28, 3; 24 von 28 bleibt 4. Dieser Rest wird nun Divisor und 8 Dividendus. 4 in 8 zwey mahl, geht auf. Daher wird der lezte Divisor der gemeinschaftliche des Zählers und Nenners, hier ist es 4.

Neunte Anmerkung.

Man erhält auf diese Art nicht allein den gemeinschaftlichen Divisor, sondern auch den **möglichst größten**. Z. B. $\frac{24}{36}$ soll aufgehoben werden

$$1)\ \begin{array}{r|l} & 24 \\ 36 & 1 \\ 24 & \\ \hline 12 & \end{array} \qquad 2)\ \begin{array}{r|l} & 12 \\ 24 & 2 \\ 24 & \\ \hline 00 & \end{array} \qquad \text{folglich ist}$$

12 der gemeinschaftliche und zwar **größte Divisor** $\frac{24}{36} \Big| \overset{12}{\frac{2}{3}}$: Denn sonst könnte ich auch mit 2 dividiren $= \frac{12}{18}$ oder mit 4 $= \frac{6}{9}$ auch mit 6 $= \frac{4}{6}$; allein durch 12, als den **möglich größten Divisor** erhalte ich den Bruch in den **möglichst kleinsten Zahlen**.

Zehente Anmerkung.

Der Grund dieses Verfahrens ist leicht einzusehen. Soll ich den gemeinschaftlichen Divisor finden, so soll ich eine Zahl ausfindig machen, die ohne Rest in Zähler und Nenner aufgeht. Ich habe den Bruch $\frac{24}{36}$.

Ich dividire mit 24 in 36 und ziehe den Rest ab, nämlich 12. Hieraus sehe ich, daß 12 der Unterschied zwischen Zähler und Nenner ist. Wenn ich nun eine Zahl wüßte, die in 24 und 12 aufgienge, so würde sie auch in Zähler und Nenner aufgehn. Dies erfahre ich, indem ich es versuche, ob 12 in 24 aufgeht; in sich selbst steckt sie einmahl. Ich dividire daher mit dem Rest 12 in den alten Divisor 24, und finde, er geht in 24 auf. Folglich ist 12 für den Zähler der Divisor, und auch für den Nenner, denn dieser ist 24 + 12, oder er ist dem Zähler gleich, außer, daß er zwölf noch einmahl in sich enthält.

Eilfte Anmerkung.

Der in 24 aufgehende Rest 12 zeigt auch an, daß der Bruch auch in jeder Zahl aufgehoben werden kann, welche noch in 12 aufgeht. Diese sind nun 3, 4, 6. Es läßt sich daher der Bruch $\frac{24}{36}$ auch durch diese drey Zahlen aufheben. Aber er wird alsdann immer noch mit größern Zahlen geschrieben seyn. Mit 5, 7 und 9. läßt er sich aber keinesweges aufheben, weil diese nicht in 12 aufgehen.

Zwölfte Anmerkung.

Wenn bey dem vorigen Versuche bey fortgesezter Division zulezt eine **Eins** übrig bleibt, so kann der Bruch keinesweges verkleinert werden, sondern er muß stehen bleiben, wie er ist.

§. 56.

Wenn ich mit Brüchen rechnen soll, z. B. sie addiren, so kann ich das nicht, so lange sie einen verschiedenen Nenner haben. Denn wenn ich $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ addiren, und sagen wollte, sie betrügen $\frac{5}{7}$

oder

oder $\frac{1}{4}$, oder was es sonst auch wäre, so behauptete ich ganz was absurdes, eben so, als wenn ich 5 Aepfel und 3 Birnen zusammen zählen wollte (§. 1. zweyte Anmerk.). Daher muß ich im Stande seyn, zwey oder mehrere Brüche so zu behandeln, daß sie einen gemeinschaftlichen Nenner erhalten, und dennoch jeder Bruch derselbe bleibt. Man nennt dieses Verfahren: Brüche unter einerley Benennung bringen (§. 54.).

§. 57.

Erstlich, bey zweyen Brüchen geschieht das, wenn ich 1) die Nenner mit einander multiplicire, das Product wird der neue Nenner; 2) auch jeden Zähler mit dem alten Nenner des andern Bruchs multiplicire, das Product ist jedesmahl der neue Zähler. Z. B. $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ sollen unter einerley Benennung gebracht werden. Ich multiplicire daher 1) die beyden Nenner mit einander selbst, die 3 mit der 4, und die 4 mit der 3. Dieses giebt für jeden Bruch den neuen Nenner 12; 2) multiplicire ich den Zähler 2 des ersten Bruchs mit dem alten Nenner des andern 4, zwey mahl 4 ist 8, so ist 8 der Zähler des ersten Bruchs, und dann multiplicire ich den Zähler des andern Bruchs 3 mit dem alten Nenner des ersten 3; 3 mahl 3 ist 9, dies ist der neue Zähler des andern Bruchs. Demnach erhalte ich $\frac{8}{12}$ und $\frac{9}{12}$.

Anmerkung.

Die Nenner müssen hier gleich werden: denn wenn 2 Factoren mit einander multiplicirt werden, so ist es

gleich viel, welcher Multiplicator, und welcher Multiplicandus ist. Es kommt stets einerley Product heraus (§. 23 vierte Anmerk.). Die Brüche selbst werden aber nicht verändert: denn Zähler und Nenner werden mit einerley Zahl multiplicirt. $\frac{2}{3}$ wird hier mit 4 und $\frac{3}{4}$ mit 3 multiplicirt (§. 53. zweyte Anmerk.).

§. 58.

Zweytens, mehrere Brüche, als zwey, erhalten einerley Benennung, wenn ich eines jeden Bruchs Zähler und Nenner mit den sämmtlichen Nennern der andern übrigen Brüche multiplicire. Z. B. $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{2}{5}$ sollen unter einerley Benennung gebracht werden. Hier nehme ich den Bruch $\frac{2}{3}$ zuerst und multiplicire seinen Zähler und Nenner, jeden mit den Nennern des zweyten und dritten, oder mit 4 und 5. Vier mahl 5 ist 20, und 3 mahl 20 ist 60, folglich ist 60 der neue Nenner. Zwey mahl 4 ist 8, 5 mahl 8 ist 40, dieses ist der neue Zähler, daher heißt der erste Bruch $\frac{40}{60}$. Ferner der zweyte Bruch. 3 mahl 5 ist 15, vier mahl 15 ist 60. Der neue Nenner ist also wieder 60. Zwey mahl 3 ist 6, 5 mahl 6 ist 30. Der neue Zähler ist also 30, also der zweyte Bruch $\frac{30}{60}$. Der dritte folgt nun: 3 mahl 4 ist 12, fünf mahl 12 ist 60, 60 ist demnach ebenfalls der neue Nenner des dritten Bruchs. 2 mahl 3 ist 6, 4 mahl 6 ist 24, daher ist 24 der neue Zähler und der dritte Bruch also $\frac{24}{60}$.

Erste Anmerkung.

Der Grund dieses Verfahrens ist der vorige. Die 3 Nenner geben als 3 Factoren stets einerley Product, hier 60. Da nun bey jedem Bruche Zähler und Nenner mit einerley Zahl, nämlich den Factoren der beyden andern Brüche multiplicirt werden, so bleiben auch die Brüche dieselbigen.

Zweyte Anmerkung.

Je mehr Brüche unter einerley Benennung gebracht werden, desto größer werden die Zahlen, welche die Nenner ausdrücken.

§. 59.

Man muß öfters Brüche durch die vier Species behandeln, oder sie addiren, subtrahiren rc. u. s. w.

Hat man Brüche zu addiren, so bringe man sie unter einerley Benennung, und addire denn die Zähler allein. Die Summe ist der Zähler des neuen Bruchs, und der alte Nenner ist sein Nenner. Dieser Bruch ist den sämmtlichen addirten Brüchen zusammen genommen gleich.

Z. B. $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{1}{4}$

1) unter einerley Benennung $= \frac{40}{60} + \frac{48}{60} + \frac{15}{60}$.

2) Die Zähler addirt 40
48
15

Summa $= \frac{103}{60}$

Man

Man kann nun diesen unächten Bruch in einen wahren verwandeln $\frac{103}{60} = 1\frac{43}{60}$.

Erste Anmerkung.

Erhält man unter die zu addirenden Brüche vermischte Brüche, so kann man das Ganze zurücklassen, und hernach hinzu addiren. Z. B. $3\frac{2}{6} + \frac{7}{8}$. Die 3 Ganze lasse ich weg und addire zuerst blos $\frac{2}{6}$ und $\frac{7}{8} = \frac{16}{48}, \frac{42}{48} = \begin{array}{r}16\\42\\\hline 58\end{array} = 1\frac{10}{48}$, dazu addire ich noch die 3 Ganze, macht $4\frac{10}{48}$.

Zweyte Anmerkung.

Ist ein unächter Bruch mit gegeben, so kann ich ihn erst in einen vermischten verwandeln, und dann das Ganze, wie vorhin, weglassen, und hernach dazu addiren: Z. B.

$\frac{5}{4} + \frac{1}{3} = 1\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$, oder $1\frac{3}{12} + \frac{4}{12}$ Sum. $= 1\frac{7}{12}$.

§. 60.

Sind Brüche in benannten Zahlen zu addiren, so versteht sichs schon von selbst, daß es Theile von Ganzen von einerley Art seyn müssen, z. B. $\frac{2}{9}$ Pfund und $\frac{4}{5}$ Thaler können nicht addirt werden.

Erhalte ich demnach gleichartige Dinge, so verfahre ich, wie bey den Brüchen in unbenannten Zahlen, wie in den vorhergehenden §. gelehrt worden ist.

Z. B. $\frac{11}{27}$ Rthlr. und $\frac{2}{9}$ Rthlr. nebst $\frac{73}{100}$ Rthlr. sollen addirt werden.

1) $\frac{11}{27}, \frac{2}{9}, \frac{73}{100} = \frac{9900}{24300}$ Rthl. $\frac{5400}{24300}$ Rthl. $\frac{17739}{24300}$ Rthl.

2)

$$\begin{array}{rl} & 9900 \text{ Rthl.} \\ \text{2) addirt} & 5400 \\ & \underline{17739} \\ \text{S.} = & \dfrac{33039}{24300} = 1\frac{8739}{24300} \text{ Rthl.} \end{array}$$

Die Summe beträgt 1 Rthl. und $\frac{8739}{24300}$ Rthl. Dieser Bruch kann nicht weiter aufgehoben werden. Im gemeinen Leben fallen solche Brüche nicht leicht vor; sie werden erst reducirt, z. B. hier auf Groschen. Wie man aber diese Reduction auf Groschen u. s. w. vornehme, werden wir unten bey den Anwendungen der Regel de Tri zeigen.

Erste Anmerkung.

Gebrochene Brüche werden erst in ächte Brüche verwandelt, ehe man sie addirt. Die Verwandlung der gebrochenen Brüche in ächte wird unten (§. 62.) gelehrt werden.

Zweyte Anmerkung.

Wir haben oben bey der Division meistentheils solche Exempel berechnet, wo der Divisor in dem Dividendus einige mahl ganz enthalten war. Sehr oft ist es aber der Fall, daß er noch einem Theil nach, oder Bruchweise, in ihm steckt. Wenn 3 in 10 dividirt werden soll, so ist der Quotient 3, 3 mahl 3 ist 9 von 10 bleibt **Eins**. Diese **Eins** zeigt bey dem Quotienten 3, daß der Divisor in dem Dividendus zwar drey mahl ganz, aber nach **seinem dritten Theile** noch **einmahl** enthalten sey, folglich kann man stets den Rest bey der Division in **einen Bruch verwandeln, dessen Zähler der Rest ist, dessen Nenner der Divisor wird, und ihn so zu dem Quotienten addiren.** Hier wäre demnach der völlige Quotient von 3 in 10, gleich $3\frac{1}{3}$.

§. 61

Bey der Multiplication der Brüche finden verschiedene Fälle statt. Es können 1) Aechte Brüche, auch unächte und vermischte mit Ganzen 2) Aechte Brüche mit ächten Brüchen, und 3) unächte und vermischte Brüche mit ächten Brüchen multiplicirt werden.

Erster Fall.

Aechte Brüche mit Ganzen. Es sollen $\frac{2}{3}$ mit 6 multiplicirt werden. Hier sollen $\frac{2}{3}$ wirklich 6 mahl genommen werden. Man sieht schon aus dieser Vorstellung, daß hierbey der Zähler, oder die 2 sechs mahl genommen werden muß. Der alte Nenner bleibt 2×6 ist 12, folglich erhalte ich $\frac{12}{3}$ oder 4 Ganze.

$\frac{2}{3}$ Rthlr. sechs mahl genommen, oder multiplicirt mit 6 giebt also $\frac{12}{3}$ Rthlr. = 4 Thaler.

Bey unächten Brüchen mit Ganzen verfährt man eben so z. B. $\frac{7}{5}$ soll mit 4 multiplicirt werden. $4 \times 7 = 28$, also erhalte ich $\frac{28}{5}$, gleich $5\frac{3}{28}$. $\frac{16}{8}$ ℔ mit 4 multiplicirt ist $\frac{64}{8}$ ℔ = 8 ℔.

Ist der Bruch ein vermischter, so wird er erst in einen unächten verwandelt $2\frac{5}{7}$ multiplicirt mit 7 ist gleich $\frac{19}{7}$, multiplicirt mit 6 gleich $\frac{114}{7}$, gleich $16\frac{2}{7}$.

Zweyter Fall.

Zwey ächte Brüche mit einander zu multipliciren. Man multiplicirt die beyden Zähler mit ein=

einander, und ihr Product ist der **neue Zähler**, dann werden die beyden Nenner mit einander multiplicirt, und ihr Product wird der **neue Nenner**. Z. B. $\frac{2}{3}$ multiplicirt mit $\frac{4}{5}$. 2 mahl 4 ist 8, 3 mahl 5 ist 15. Demnach ist $\frac{8}{15}$ das Product von $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$.

Erläuterung.

Wenn ich zwey ganze Zahlen miteinander multiplicire, z. B. 4 mit 3, so nehme ich die 4 wirklich so oft, als die 3 Einheiten hat (§ 19.). Wenn aber ein Bruch, als $\frac{2}{4}$ mit einem andern, als $\frac{1}{2}$ soll multiplicirt werden, so wird $\frac{2}{4}$ nicht ein, oder mehr mahl genommen, sondern hier nur $\frac{1}{2}$, das heißt **Ein halb Mahl**. $\frac{2}{4}$ Thaler $\frac{1}{2}$ mahl genommen heißt, ich soll $\frac{2}{4}$ Rthlr. oder 12 Groschen zur Hälfte nehmen, welches 6 Groschen machen würde; also $\frac{2}{4}$ ein halb mahl genommen, ist nur $\frac{1}{4}$ oder $\frac{2}{8}$.

Hieraus sieht man, daß die Multiplication der ächten Brüche mit einander eigentlich **keine wirkliche Multiplication**; sondern vielmehr eine **Division** sey: denn $\frac{2}{4}$ multipliciren mit $\frac{1}{2}$, oder $\frac{2}{4}$ ein halb mahl nehmen, ist ja nichts anders, als, $\frac{2}{4}$ zur Hälfte nehmen, oder durch 2 **dividiren**.

Aus diesem Grunde kommt bey dieser Multiplication der Brüche immer weniger heraus, als man vorher hatte, wie sonst stets bey der Division geschieht.

Wir wollen nun obiges Exempel näher betrachten. $\frac{2}{3}$ wird mit $\frac{4}{5}$ multiplicirt, d. h. $\frac{2}{3}$ soll in 5 glei-

gleiche Theile getheilt werden und von diesen 5 Theilen soll ich 4 Theile nehmen. Diesemnach müßte ich $\frac{2}{3}$ in fünf gleiche Theile theilen. Dieses geht so gerade zu nicht an. Ich kann aber den Bruch $\frac{2}{3}$ in größern Zahlen ausdrücken, wenn ich ihn mit einer andern multiplicire. Die beste dazu ist der Nenner des andern Bruchs, weil ich mit demselben hernach dividiren soll. Also $\frac{2}{3}$ wird mit 5 multiplicirt, so erhalte ich $\frac{10}{15}$. Nun kann ich diesen Bruch, (den Nenner nämlich) in fünf Theile theilen. 5 in 10 zwey mahl, macht $\frac{2}{15}$. Diese $\frac{2}{15}$ sind von den vorigen $\frac{2}{3}$ der fünfte Theil. Ich soll aber den fünften Theil viermahl nehmen, also multiplicire ich $\frac{2}{15}$ mit 4 und erhalte $\frac{8}{15}$. Man sieht, daß eben dieses heraus kommt, wenn gleich die beyden Zähler 2 und 4, und hernach die beyden Nenner 3 und 5 mit einander multiplicirt werden.

Dies kann auch nicht anders seyn. Denn vorhin multiplicirte ich die 2 erst mit 5, hernach dividirte ich wieder mit 5 in das Product, und erhielt natürlicher Weise die 2 wieder. Folglich bin ich dieser Umstände überhoben, wenn ich gleich Zähler mit Zähler, und Nenner mit Nenner multiplicire.

Anmerkung.

Mehrere Brüche werden eben so multiplicirt. Z. B. $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{5}$ geben zum Product $\frac{6}{60}$ gleich $\frac{1}{10}$. Der Grund des Verfahrens ist wie vorher. $\frac{2}{3}$ soll $\frac{1}{4}$ mahl genommen werden und von dieser Größe werden wieder $\frac{3}{5}$ genommen.

Drit-

Dritter Fall.

Vermischte Brüche mit ächten Brüchen.

Verwandele die vermischten in unächte. Z. B. $2\frac{1}{4}$ mit $\frac{2}{3}$ ist gleich $\frac{9}{4}$ mit $\frac{2}{3}$, macht $\frac{18}{12}$ gleich $1\frac{1}{2}$. Oder vermischte mit vermischten. $1\frac{2}{5}$ mit $2\frac{4}{6}$ ist gleich $\frac{7}{5}$ mit $\frac{16}{12}$ macht $\frac{112}{60}$, gleich $1\frac{52}{60}$ gleich $1\frac{13}{15}$.

§. 62.

Wir haben oben (§. 50.) gesehn, was gebrochne Brüche sind. Z. B. $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{4}}$ ist ein solcher Bruch. Man kann ihn in einen ächten verwandeln, indem man ihn 1) in zwey Brüche zerlegt, und zwar so, daß man die beyden ersten Zahlen als den ersten, und die beyden lezten als den andern Bruch ansieht, und 2) die Zähler dieser Brüche multiplicirt, und ihr Product als den neuen Zähler ansieht, dann 3) ihre Nenner auch multiplicirt, und das Product als den neuen Nenner betrachtet. Z. B. $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{4}}$ wird getheilt 1) in $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{4}$. 2) 2 mahl 2 ist 4, der neue Zähler, 3) 3 mahl 4 ist 12, der neue Nenner, folglich $\frac{4}{12}$ ist gleich $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{4}}$.

Erläuterung.

Wenn ich $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{4}}$ Thaler habe, so sind $\frac{2}{4}$ von einem Thaler vorhanden, von welchen $\frac{2}{4}$ ich nur $\frac{2}{3}$ habe. $\frac{2}{4}$ Rthlr. sind 12 ggr. davon $\frac{2}{3}$ sind 8 ggr. und 8 Groschen sind wirklich $\frac{4}{12}$ Thaler. Man sieht, daß dies nichts anders ist, als $\frac{2}{4}$ zwey drittel mahl nehmen. Es ist dies also der ordentliche Fall der Multiplication der ächten Brüche mit ächten Brüchen.

Anmerkung.

Wäre der gebrochene Bruch so geschrieben, $\frac{\frac{2}{8}}{6}$, oder zwey Achtel von einem Sechstel, so setze ich, daß dies nichts anders wäre, als $\frac{\frac{2}{8}}{\frac{1}{6}}$, folglich muß ich es eben so schreiben und rechnen, $\frac{2}{8} \times \frac{1}{6}$, macht $\frac{2}{48}$ und $\frac{\frac{2}{8}}{\frac{1}{6}}$ Thaler macht auch $\frac{2}{48}$ Thaler, oder einen Groschen.

§. 63.

Sollen Brüche von einander wirklich subtrahirt werden, so sehe man 1) zu, daß der Subtrahendus auch kleiner sey, als der Minuendus. Z. B. $\frac{3}{4}$ können von $\frac{2}{3}$ nicht abgezogen werden, wohl aber $\frac{2}{3}$ von $\frac{3}{4}$. 2) Haben die Brüche gleiche Nenner, so ziehe man blos die Zähler von einander ab. Der Rest wird der Zähler des neuen Bruchs, und der alte Nenner wird wieder sein Nenner. Dieser neue Bruch ist der Rest von den beyden gegebenen Brüchen. 3) Sind aber die Nenner ungleich, so bringe man die beyden Brüche unter einerley Benennung, und ziehe dann den Zähler des Subtrahendus von dem des Minuendus ab, so ist der Rest der Zähler des neuen Bruchs, und der gemeinschaftliche Nenner wird sein Nenner. Dieser neue Bruch ist der Rest beyder von einander subtrahirten Brüche.

Z. B. von $\frac{3}{4}$ wird $\frac{2}{3}$ abgezogen, oder $\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$, unter einerley Benennung gebracht, sind diese

Brüche

Brüche gleich $\frac{9}{12}$ — $\frac{8}{12}$. Die Zähler von einander abgezogen 9

$$\begin{array}{r} 9 \\ 8. \\ \hline \end{array}$$

Rest = 1 Dieses 1 wird der neue Zähler, und 12 bleibt der Nenner, macht $\frac{1}{12}$. Wenn ich von $\frac{3}{4}$ Thaler $\frac{2}{3}$ Rthlr. abziehe, so bleibt $\frac{1}{12}$ Rthlr. übrig, oder von 18 ggr. 16 ggr. abgezogen, giebt zum Rest 2 ggr. oder $\frac{1}{12}$ Thaler.

Erste Anmerkung.

Dieses Verfahren ist so natürlich und leicht zu beurtheilen, daß es keiner weitern Erläuterung bedarf. Ich kann es noch um etwas weniger abkürzen, wenn ich gleich den Zähler eines jeden der beyden Brüche mit dem Nenner des andern multiplicire, und dann von einander abziehe. Der Rest ist der neue Zähler. Denn multiplicire ich die beyden Nenner, und ihr Product ist der neue Nenner. Z. B. $\frac{3}{4}$ — $\frac{2}{3}$. 3 mahl 3 ist 9. 2 mahl 4 ist 8. Also 9 — 8. Rest 1 ist der neue Zähler. Nun 3 mahl 4 ist 12. Diese 12 sind der neue Nenner; folglich bekomme ich wieder $\frac{1}{12}$.

Zweyte Anmerkung.

Sind vermischte Brüche von einander abzuziehen, oder ächte von vermischten, so wird man sich nach dem vorhingedachten leicht finden können.

1) Vermischte von vermischten: von $3\frac{1}{2}$ soll $2\frac{1}{3}$ abgezogen werden. $3\frac{1}{2}$ ist = $\frac{7}{2}$ und $2\frac{1}{3}$ = $\frac{7}{3}$: Folglich von $\frac{7}{2}$ $\frac{7}{3}$ abgezogen macht $\frac{21}{6}$ — $\frac{14}{6}$ gleich $\frac{7}{6}$, oder = $1\frac{1}{6}$. Von $3\frac{1}{2}$ Rthlr. $2\frac{1}{3}$ Rthlr. abgezogen, bleibt $1\frac{1}{6}$ Rthlr. übrig.

2) Aechte Brüche von vermischten. Z. B. von $2\frac{2}{3}$ wird $\frac{4}{5}$, wie vorhin abgezogen. $\frac{8}{3}$ — $\frac{4}{5}$ ist gleich $\frac{40}{15}$ — $\frac{12}{15}$ gleich $\frac{28}{15}$ oder $1\frac{13}{15}$.

3) Aechte, oder vermischte Brüche von ganzen Zahlen. Z. B. von 3 wird $1\frac{1}{8}$ abgezogen. Man verwandelt gleich die Ganzen in einen unächten Bruch, welcher dem Nenner des Subtrahendus gleich ist, hier in Achtel, macht den vermischten Bruch auch zu einem unächten und ziehet die Zähler ab. Hier $\frac{24}{8} - \frac{9}{8}$. Rest $\frac{15}{8}$ oder $1\frac{7}{8}$.

Erste Anmerkung.

Ich kann bey der Subtraction eines **ächten Bruchs von Ganzen** auch nur ein Ganzes nehmen, und es in einen Bruch verwandeln, und davon den ächten Bruch abziehen. Z. B. von 4 sollen $\frac{5}{9}$ abgezogen werden. Ich nehme 1 von 4 und sage $\frac{9}{9} - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$, bleibt Rest $3\frac{4}{9}$.

Zweyte Anmerkung.

Wenn gebrochene Brüche von gebrochenen Brüchen zu subtrahiren sind, so verwandelt man sie nach §. 62. in ächte und subtrahirt sie dann. Z. B. Von $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}}$ Rthlr. soll abgezogen werden $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}}$ Rthlr., ist gleich $\frac{3}{8} - \frac{1}{8}$ Rthlr. $=$ $\frac{2}{8}$ Rthlr. $=$ 6 ggr.

§. 64.

Sind Brüche in einander zu **dividiren**, so kann man sie erst unter einerley Benennung bringen, und dann ordentlich die Zähler in einander dividiren. Der Quotient ist der **Quotient der Brüche**. Bleibt ein Rest übrig so wird er Zähler und der Divisor, wie gewöhnlich, Nenner. Z. B. $\frac{4}{5}$ sollen durch $\frac{2}{3}$ dividirt werden. $\frac{4}{5} : \frac{2}{3}$ gleich $\frac{12}{15} : \frac{10}{15} = 1\frac{2}{10}$ folglich ist $\frac{2}{3}$ in $\frac{4}{5}$ **Ein und zweyzehntelmahl** enthalten.

Erste Anmerkung.

Will man kürzer verfahren, so kehre man den Bruch, welcher Divisor ist, gleich um, und multiplicire dann Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner. Z. B. $\frac{4}{5} : \frac{2}{3}$ schreibe: $\frac{4}{5} : \frac{3}{2}$, und nun multiplicirt, $= \frac{12}{10}$; dann, wie vorhin, dividirt, 10 in 12 Einmahl, Rest $\frac{2}{10}$. Denn als ich vorhin die Brüche unter einerley Nenner brachte, ward erst der Zähler 4 mit dem andern Nenner 3 und der andere Zähler 2 mit dem ersten Nenner 5 multiplicirt. Dies geschieht durch die Umkehrung des zweyten Bruchs. Die gemeinschaftlichen Nenner haben hier keinen weitern Einfluß, daher lasse ich sie ganz weg.

Zweyte Anmerkung.

Man kann auch gleich kreuzweise multipliciren 4×3 und 2×5, so darf der andere Bruch nicht erst umgekehrt werden.

$\frac{5}{6}$ Rthlr. dividirt durch $\frac{2}{3}$ ist $= 15 : 12$ gleich $1\frac{3}{12}$ Mahl, oder 16 ggr. stecken in 20 ggr. Einmahl und $\frac{3}{12}$ oder $\frac{1}{4}$ mahl.

§. 65.

Sind gemischte Brüche da, so werden sie in unächte verwandelt. Z. B. $1\frac{3}{4} : \frac{4}{5} = \frac{7}{4} : \frac{4}{5}$ macht $2\frac{3}{16}$. ferner $2\frac{7}{8} : 1\frac{6}{9} = \frac{23}{8} : \frac{15}{9}$. macht $1\frac{87}{120}$.

Vermischte Brüche durch Ganze werden auf ähnliche Art dividirt. Z. B. $3\frac{3}{4} : 2 = \frac{15}{4} : \frac{8}{4}$ macht $1\frac{7}{8}$.

Erste Anmerkung.

Es kann leicht bey der Division der Brüche, selbst der ächten mit ächten ein Ganzes, oder mehrere heraus kommen: denn ein Bruch kann ja ein oder mehrere

mahl in einem andern enthalten seyn. Z. B. $\frac{2}{3} : \frac{2}{12}$ giebt zum Quotienten 4, und $\frac{2}{12}$ Rthlr. ist in $\frac{2}{3}$ Rthl. wirklich 4 mahl enthalten, weil 4 Groschen in 1 ggr. vier mahl stecken.

Zweyte Anmerkung.

Wie oft ist $\frac{2}{3}$ ggr. in $\frac{2}{8}$ Rthlr. enthalten? Hier muß ich die $\frac{2}{3}$ ggr. erst in Pfennige und die $\frac{2}{8}$ Rthlr. in Groschen und nachher auch in Pfennige verwandeln; hierauf muß ich Pfennige in Pfennige dividiren, welche Resolution bey der Regel de Tri wird gelehrt werden.

§. 66.

Die sogenannten Decimal-Brüche werden zwar blos in der Mathematik gebraucht und sind im bürgerlichen Leben ganz ungewöhnlich; allein wir halten es doch für gut, nur einen allgemeinen Begriff davon mitzutheilen, um wenigstens sie lesen zu lernen, indem man zuweilen in Schriften Brüche durch Decimal-Brüche ausgedruckt findet, und sonst in solchen Fällen nicht weiß, was man daraus zu machen habe.

Wir haben oben (§. 10.) gesehn, daß nach dem Gesetze der Numeration die erste Classe 1 und jede folgende zur linken zehnmal mehr gilt. Z. B.

1	1	1	1
Tausend.	Hundert.	Zehn.	Eins.

Wenn ich nun aber diese Reihe rechter Hand fortsetze, so wird die erste Classe von der Classe der Einer an gerechnet, rechter Hand hin, Zehen mahl

mahl weniger, als 1, oder $\frac{1}{10}$, die folgende wiederum zehen mahl weniger, als $\frac{1}{10}$, oder $\frac{1}{100}$, und die darauf folgende $\frac{1}{1000}$ und so weiter fort seyn. Daher entsteht dieselbe Ordnung

1. 1. 1.
Hundert. Zehn. Eins.

1. 1. 1.
Ein Zehntel. Ein Hundertel. Ein Tausentel u. s. w.

oder die Reihe ist diese:

1000. 100. 10. 1. | $\frac{1}{10}$. $\frac{1}{100}$. $\frac{1}{1000}$. $\frac{1}{10/000}$. $\frac{1}{100/000}$ u. s. w.

Diese Brüche werden bey jeder Classe nach der rechten Hand dergestalt stets kleiner, daß sie jedesmahl um zehen mahl weniger gelten. Daher können sie blos Brüche ausdrücken, deren Nenner 10 ist, oder durch die Multiplication mit 10 entsteht. Aus diesem Grunde heißen sie **Decimal-Brüche** (von *decem*, zehn).

§. 67.

So wie ich also sonst zehen dadurch ausdrücke, daß ich die 1 in die zweyte Classe setze, und zum Zeichen, daß es die zweyte Classe sey, eine Null hinter sie stelle, und 10 schreibe, so drücke ich bey Decimal-Brüchen $\frac{1}{10}$ so aus, daß ich eine Null vor die **Eins** setze und schreibe 01: denn daraus sehe ich, daß die 1 in der **zweyten Classe**, von der Classe der Einer rechts gerechnet, steht, oder sich in der Classe der **Zehntel** befinde.

Erste Anmerkung.

Um anzuzeigen, daß man Decimal-Brüche habe, so sezt man eine Null hin, und hinter ihr ein Comma. Dieses Comma zeigt an, daß das folgende Decimal Brüche sind. Z. B. 0, 2 heißt $\frac{2}{10}$.

Zweyte Anmerkung.

Ist bey den Brüchen noch ein Ganzes, oder mehrere vorhanden, so läßt man die Null mit dem Comma weg, und schreibt dafür das Ganze mit einem Comma, z. B. 2, 5 heißt $2\frac{5}{10}$.

Daher ist 0,003 gleich $\frac{3}{1000}$, ferner 0,0456 gleich $\frac{4}{100}$ + $\frac{5}{1000}$ + $\frac{6}{10000}$. 0,000007 ist gleich $\frac{7}{1000000}$ oder 7 Millionteln. 3,0008 gleich $3\frac{8}{10,000}$, oder 3 Ganzen und 8 Zehntausenteln.

§. 68.

Anstatt aber, daß ich 0,253 sollte 2 Zehntel, fünf Hundertel und drey Tausentel aussprechen, so kann ich weit kürzer mit einem einzigen Ausdrucke den ganzen Bruch anzeigen.

Wenn ich die drey Brüche unter einerley Benennung bringe, und addire, so finde ich, daß sie zusammen $\frac{253000}{1000000}$, oder $\frac{253}{1000}$ ausmachen. Ich würde also ohne besondere Rechnung den Bruch 0,253 gleich haben aussprechen können, wenn ich mir 253 als den Zähler des Bruchs, und dazu einen Nenner von so vielen Nullen als in 253 Ziffern stehn, nebst davor gesezter 1 gedacht hätte, oder $\frac{253}{1000}$. Dies kann auch nicht anders seyn: denn 3 in dem Decimal-Bruche sind hier 3000

Theile;

Theile; 5 hundert Theile machen 50 tausend Theile, indem ein hundert Theil zehn tausend Theile in sich faßt (wenn eine Linie in hundert gleiche Theile getheilt, und nachher wieder in tausend Theile abgetheilt wird, so kommen auf ein jedes Hunderttheil zehn tausend Theile), und 2 Zehntheile enthalten 200 tausend Theile; demnach müssen $\frac{3}{1000}$ + $\frac{50}{1000}$ + $\frac{200}{1000}$ gleich $\frac{253}{1000}$ seyn.

Erste Anmerkung.

Da dieses bey allen Decimal-Brüchen der Fall ist, so gilt bey dem Lesen aller dieser Brüche die allgemeine Regel: **Um einen Decimal-Bruch auszusprechen, so stelle man sich die Zahlen desselben als einen Zähler vor, und gedenke sich zu ihm einen Nenner, der aus so viel Nullen besteht, als der Decimal-Bruch Zifern hat, mit davor gesezter 1.** Folglich ist

0, 6 gleich $\frac{6}{10}$; 0, 28 = $\frac{28}{100}$; 0, 573 = $\frac{573}{1000}$; 0, 2859 = $\frac{2859}{10000}$; 0, 28070 = $\frac{28070}{100000}$ u. s. w.

Zweyte Anmerkung.

Sind Ganze davor, so ändert das nichts, 2, 28, sind $2\frac{28}{100}$ u. s. w.

Dritte Anmerkung.

Man sieht zwar aus dieser Betrachtung, daß man auf diese Art keine Drittel, Viertel u. s. w.; sondern blos Zehntel, Hundertel, Tausentel u. s. w. durch diese Brüche geradezu ausdrücken könne; allein es lassen sich doch andere Brüche auch in Decimal-Brüche verwandeln. Z. B. $\frac{1}{2}$ ist gleich 0, 5; 0, 50; $\frac{3}{4}$ = 0, 75; $\frac{3}{8}$ = 0, 375; $\frac{5}{8}$ = 0, 625, wiewohl, dieses weiter zu verfolgen, nicht zu unserm Zwecke gehört.

Das sechste Capitel.

Allgemeine Lehre von Verhältnissen und Proportionen.

§. 69.

Zwey Dinge mit einander vergleichen, heißt: untersuchen, in wiefern sie einander ähnlich sind. Der unter ihnen statt findende Unterschied ergiebt sich bey dieser Untersuchung. Zahlen können blos in Ansehung der Größe mit einander verglichen werden. Ihr Unterschied besteht also in der verschiedenen Größe. Diese verschiedene Größe heißt ihr **Verhältniß**. Z. B 6 und 6 ist einander gleich, weil kein Unterschied statt findet. Allein 6 und 2 sind unterschieden; dieser Unterschied bestimmt zwischen ihnen ein **Verhältniß** (Ration, Relation).

§. 70.

Das natürlichste Verhältniß ist der **ordentliche Unterschied** (Differenz) **zwischen den beyden Zahlen**. Dieser ergiebt sich durch die Subtraction. 6 — 2 = 4. Die Zahl 4 ist die Differenz von 6 und 2. Daher verhält sich 6 zu 2 dergestalt, daß zwischen beyden Zahlen ein Unterschied von 4 Einern statt findet; oder 6 ist um 4 Einer größer, als 2. Die beyden Zahlen 6 und 2 heissen **Glieder des Verhältnisses**.

§. 71.

§. 71.

Dieses Verhältniß nennt man ein Arithmetisches, und bezeichnet es auch durch das Subtractionszeichen 6 — 2, 4 — 3, 9 — 7. u. s. w. Man sieht aber, daß das arithmetische Verhältniß blos durch die Differenz bestimmt wird. Daher ist das Verhältniß 5 — 2 und 11 — 8 gleich, weil es bey diesen Verhältnissen nicht auf die Menge der Einheiten in den einzelnen Gliedern, sondern auf die Größe der Differenz zwischen den beyden Theilen ankommt. Ist diese gleich, so sind die Verhältnisse einander gleich.

Erste Anmerkung.

In einem arithmetischen Verhältnisse kann das erste Glied größer, auch kleiner seyn, als das andere. Ich kann schreiben 5 — 2 oder 2 — 5. Im ersten Falle spreche ich: 5 ist mehr als 2; im andern: 2 ist weniger als 5 (nämlich um 3.).

Zweyte Anmerkung.

Es kann Verhältnisse geben, wo die Differenz keine ganze Zahl ist. Z. B. $3\frac{1}{2}$ — 1. Doch davon reden wir jezt nicht.

§. 72.

Man kann auch zwey Zahlen in der Hinsicht betrachten, wie oft die eine in der andern enthalten sey. Z. B. 2 ist in 8, 4 mahl enthalten. Dieses Verhältniß nennt man ein geometrisches. Die Zahl 4, welche hier anzeigt, wie oft 2 in 8 stecke,

heißt

heißt der Name des Verhältnisses, oder Exponente (Nomen, Exponens rationis).

Man findet den Exponenten durch die Division und bedient sich auch des Divisions Zeichens, um diese Art von Verhältnissen zu bezeichnen. Z. B. 2 : 8. Die Zahlen 2 und 8 heißen auch hier Glieder des Verhältnisses.

Anmerkung.

Auch hier kann das erste Glied das größere, so wie auch das andere das größere seyn. Es ist 8 : 4 so gut, wie 4 : 8, ein geometrisches Verhältniß. Man spricht 8 zu 4, oder 4 zu 8, und im ersten Falle heißt es: 8 enthält 4 in sich (nämlich 2 mahl) im andern 4 ist in 8 enthalten (nämlich 2 mahl).

§. 73.

So wie bey den arithmetischen, so kommt es auch bey diesen Verhältnissen blos auf die Gleichheit der Exponenten an, wenn geometrische Verhältnisse einander gleich seyn sollen. Daher sind die Verhältnisse 2 : 8; 4 : 16; 20 : 80. einander völlig gleich: denn in allen ist der Exponent 4.

Anmerkung.

Es giebt auch geometrische Verhältnisse, wo das eine Glied in dem andern nicht ganz einige mahl, sondern nach einem Bruche enthalten ist. Z. B. 4 : 9.

§. 74.

Wenn man zu den beyden Gliedern eines arithmetischen Verhältnisses einerley Zahl addirt, so wird es nicht verändert.

Z. B.	5 — 3 2 2 7 — 5	Die Differenz von 5 — 3 war 2, eben so ist die von 7 — 5 gleich 2, nachdem einerley Zahl, nämlich 2, zu beyden Gliedern addirt worden ist.

Anmerkung.

Die einzelnen Glieder werden auf diese Art zwar vergrößert; aber das Verhältniß, von dem hier blos die Rede ist, bleibt das vorige. Dies muß erfolgen: denn um so viel Einer das eine Glied vermehrt wird, um eben so viel wird das andere auch vermehrt.

§. 75.

Wenn ein jedes Glied eines geometrischen Verhältnisses mit einerley Zahl multiplicirt, so wird das Verhältniß nicht verändert. Z. B. ich multiplicire das Verhältniß 2 : 4 mit

4 — 2 : 4 4 4 8 : 16	Der Exponent von 2 : 4 war 2, und der von 8 : 16 ist auch 2, also bleibt das vorige Verhältniß.

Erste Anmerkung.

Hier enthalten zwar die Glieder des neuen Verhältnisses größere Zahlen, als vorher; allein das Verhältniß ist geblieben. Jedes Glied ist hier zweymahl zu sich selbst gesezt, es muß also eines noch so oft in dem andern stecken, als vorher, da jedes einfach war.

Zweyte Anmerkung.

Wir können daher bey allen geometrischen Verhältnissen sicher beyde Glieder mit einer jeden fremden Zahl multipliciren; die Verhältnisse werden nicht verändert. Z. B. 2 : 8 ist eben das Verhältniß, als wenn 2 und 8 mit 50, oder 60, oder 100 multiplicirt werden, gleich 100 : 400, oder 120 : 480, oder 200 : 800 u. s. w.

Dritte Anmerkung.

Eben so wird auch das geometrische Verhältniß nicht verändert, wenn man beyde Glieder mit einerley Zahl dividirt. Z. B. 16 : 4 dividirt mit 4 giebt 4 : 1, und da 1 in 4, viermahl steckt, so wie 4 in 16 viermahl enthalten ist, so ist das Verhältniß nicht verändert.

§. 76.

Vergleicht man zwey arithmetische Verhältnisse mit einander, und findet, daß sie einander gleich sind, das heißt: daß sie einerley Differenz haben, so hat man eine arithmetische Proportion. Z. B. 4 — 1 die Differenz ist 3, 7 — 4 die Differenz ist auch 3, daher sind beyde Verhältnisse einander gleich und machen demnach eine arithmetische Proportion aus.

Man verbindet solche gleichen Verhältnisse durch das Zeichen der Gleichheit (=) und schreibt sie so 4 — 1 = 7 — 4. das heißt: 4 ist in Ansehung der Differenz um eben so viel größer als 1, wie 7 größer als 4 ist.

Erste Anmerkung.

Das Wort Proportion wird im gemeinen Leben in sehr weiter Bedeutung gebraucht, man muß sich hierdurch nicht irre machen lassen.

Zweyte Anmerkung.

Eine Proportion besteht also aus 2 Verhältnissen, und demnach aus vier Zahlen, welche nach ihrer Folge von der linken nach der rechten Hand, das erste, zweyte, dritte, und vierte Glied genannt werden.

§. 77.

In einer arithmetischen Proportion kann das erste Glied größer, als das zweyte, auch das zweyte größer, als das erste, seyn. Ich kann schreiben 5 — 3 = 10 — 7. (5 ist in Ansehung der Differenz um so viel größer, als 3, wie 10 größer, als 7 ist.), oder: 3 — 5 = 7 — 10 (5 ist um so viel kleiner, in Ansehung der Differenz, gegen 5, als 7 es gegen 10 ist.). Allein, wenn das erste Glied größer, als das zweyte, ist, so muß auch das dritte größer, als das vierte, seyn. Z. B. Falsch wäre 5 — 3 = 7 — 10. oder ist das erste kleiner, als das zweyte, so muß auch das dritte kleiner, als das vierte seyn. Z. B. Falsch wäre 3 — 5 = 10 — 7.

Anmerkung.

Das zweyte und dritte Glied kann auch aus einer und eben derselben Zahl bestehn. Z. B. 8 — 5 = 5 — 2. Man schreibt der Kürze wegen auch so 8 — 5 — 2.

§. 78.

Wenn zwey geometrische Verhältnisse einander gleich sind, das heißt, wenn sie einerley Exponenten haben, so entsteht aus ihnen eine geometrische Proportion. Z. B. 2 : 6 hat 3 zum Exponenten, 4 : 12 hat auch 3 zum Exponenten, daher ist 2 : 6 und 4 : 12 eine geometrische Proportion. Man sezt auch hier das Zeichen der Gleichheit zwischen die beyden Verhältnisse und schreibt 2 : 6 = 4 : 12.

Erste Anmerkung.

Man spricht eine solche Proportion so aus: 2 verhält sich zu 6 wie 4 zu 12, das heißt: 2 ist so oft in 6, wie 4 in 12 enthalten.

Zweyte Anmerkung.

Bey den geometrischen Proportionen kann, wie bey den arithmetischen, das erste Glied größer, wie das zweyte, auch das erste kleiner, wie das zweyte seyn. Z. B. 8 : 4 = 6 : 3. ist so gut eine Proportion, als 4 : 8 = 3 : 6. Nur muß, wenn das erste Glied größer, als das zweyte ist, alsdann auch das dritte größer, als das vierte, seyn. Falsch wäre: 8 : 4 = 3 : 6. Ist das erste Glied kleiner, als das zweyte, so muß auch das dritte kleiner, als das vierte seyn. Falsch wäre: 4 : 8 = 6 : 3.

§. 79.

Wenn man in einer arithmetischen Proportion das erste Glied zu dem vierten addirt, so ist die

Summe

Summe gleich dem zweyten Gliede zu dem dritten addirt. Z. B.

$$\begin{array}{cccc} 1 - 5 & = & 6 - 10 \\ & & 5 \quad 1 \\ \hline & & 11 = 11 \end{array}$$

Das zweyte Glied ist gleich dem ersten + der Differenz oder = 1 + 4; das vierte Glied ist gleich dem dritten + der Differenz, oder = 6 + 4. Wenn ich nun das erste Glied zum vierten addire, so addire ich im Grunde das erste + dritte + Differenz, oder 1 + 6 + 4, und wenn ich das zweyte Glied zum dritten addire, so addire ich eigentlich auch das erste + Differenz, + dritte, oder 1 + 6 + 4. Folglich da in beyden Fällen einerley Posten zusammen addirt werden, so müssen auch die Summen einander gleich, hier = 11 seyn.

§. 80.

Multiplicirt man das erste Glied einer geometrischen Proportion mit dem vierten, so erhält man ein Product, welches dem gleich ist, das aus dem zweyten Gliede mit dem dritten multiplicirt entsteht. Z. B.

$$\begin{array}{c} 2 : 4 = 8 : 16 \\ \quad\quad 4 \quad 2 \\ \hline 32 = 32 \end{array}$$

In dieser Proportion ist 2 der Exponent.

Das zweyte Glied entsteht, wenn das erste mit dem Exponenten multiplicirt wird, oder hier aus 2×2. Das vierte entsteht aus dem dritten multiplicirt durch den Exponenten, oder aus 8×2. Wenn ich nun das erste Glied mit dem vierten multiplicire, was thue ich anders, als ich multiplicire das erste Glied, das dritte Glied und den Exponenten mit einander oder $2 \times 2 \times 8 = 32$ und wenn ich das zweyte und dritte Glied multiplicire, so multiplicire ich dieselben Größen, nemlich das erste Glied, das dritte und den Exponenten oder $2 \times 2 \times 8 = 32$, folglich sind die Producte einander gleich.

§. 81.

Wenn daher in einer geometrischen Proportion die drey ersten Glieder gegeben sind, und aus denselben das vierte gesucht werden soll, so darf man nur das zweyte und dritte Glied mit einander multipliciren, und ihr Product durch das erste dividiren; der Quotient ist das vierte gesuchte Glied. Z. B.

$5 : 45 = 7 : x$

7 | 5

315 | 63 das vierte gesuchte Glied.

30

15

15

00

Weil das Product des zweyten und dritten Gliedes nach dem vorigen §. dem Producte des ersten und vierten gleich ist, so wird man, indem man das dritte und vierte Glied mit einander multiplicirt, in dem erhaltenen Producte auch das Product des ersten und vierten noch unbekannten zugleich mit erhalten. Da nun der eine Factor bekannt ist, nämlich das erste Glied, so kommt der andere heraus, wenn ich mit dem ersten Gliede in das vorige Product dividire; der Quotient ist also der andere Factor, oder das gesuchte vierte Glied.

Anmerkung.

Diese Wahrheit enthält den ganzen Grund der unentbehrlichen Regel de Tri. Deswegen muß man diesen Satz ja recht einzusehen sich bemühen. Hätte man ihn nicht entdeckt, so könnte man kein Regel de Tri Exempel rechnen, welches doch jetzt fast jedes Kind im Stande ist. Ist es aber nicht eben so kindisch, nach der Regel de Tri rechnen zu können, und den Grund seines Verfahrens nicht zu wissen, als gar kein Exempel nach der Regel de Tri auflösen zu können?

§. 82.

Wenn man verschiedene geometrische Proportionen so über einander sezt, daß in jeder derselben das erste Glied über dem ersten u. s. w. zu stehen kommt, so kann man diese Glieder mit einander multipliciren, und ihre Producte geben eine neue wahre geometrische Proportion. Z. B.

$$2 : 4 = 3 : 6$$
$$5 : 15 = 6 : 18$$
$$5 \times 2 : 15 \times 4 = 6 \times 3 : 18 \times 6$$
gleich. $10 : 60 = 18 : 108.$

Wenn bey solchen Proportionen in zwey verschiedenen Proportionen zwey Glieder einander gleich sind, wie hier 6 in der ersten und 6 in der andern, so kann man sie ausstreichen, es bleibt doch dieselbe Proportion. Hier bleibt

$10 : 60 = 3 : 18$, (nemlich 6 und 6 wird durchstrichen).

Anmerkung.

Gesezt also, es wären zwey Proportionen gegeben; von der ersten wäre das vierte Glied unbekannt, und von der zweyten wären nur die beyden ersten gegeben, das dritte sollte dem unbekannten vierten in der ersten gleich seyn, und das vierte in der zweyten Proportion sollte gefunden werden, oder die gegebenen Glieder stünden so:

$100 : 200 = 4 : x$ (Das unbekannte Glied wird
$12 : 24 = x : z$ hier x und z genannt)

so würde, da in der ersten und zweyten Proportion $x = x$, und folglich ein gleiches Glied vorhanden wäre, das Glied z auf einmahl gefunden werden, wenn man 200, 24 und 4 multiplicirte, und das Product durch 100×12 dividirte. Der Quotient wäre $= z$ oder

$$100 : 200 = 4 : x$$
$$12 : 24 = x : z$$

$$1200 : 4800 = 4 : z$$ ferner

$$\begin{array}{r} 4800 \\ 4 \\ \hline 19200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} & 1200 \\ 19200 & 16 = z. \\ \text{und } 1200 & \\ \hline 7200 & \\ 7200 & \\ \hline 0000 & \end{array}$$

und so wäre auch die Proportion wirklich: denn

$$100 : 200 = 4 : (8)$$
$$12 : 24 = (8) \quad 16 = z.$$

Diese Wahrheit, die nicht blos auf zwey, sondern auf mehrere übereinander stehende Proportionen paßt, enthält den Grund der sogenannten Kettenrechnung in sich.

Das siebente Capitel.

Von der Regel de Tri.

---

§. 83.

Diejenige vortrefliche Regel, welche ihrer häufigen Anwendung wegen nicht allein in der Mathematik, sondern auch im bürgerlichen Leben

von dem ausgebreitesten Nutzen ist, heißt die Regel de Tri.

Sie lehrt zu drey gegebenen Gliedern einer geometrischen Proportion das vierte Glied zu finden. Daher hieß sie auch ursprünglich *Regula de tribus* (nemlich *numeris inveniendi quartum incognitum*, oder die Regel, aus drey gegebnen Zahlen die vierte unbekannte zu finden); allein in dem Munde solcher, die kein Latein verstanden, ward mit der Zeit **Regel de Tri** daraus gemacht.

Anmerkung.

Man muß sich hüten, daß man nicht sagt: Regel dé Tri, indem man auf das Wort de den Accent sezt, oder es lang ausspricht; sondern man spreche es ganz kurz aus.

§. 84.

Wenn wir folgende drey Glieder einer geometrischen Proportion hätten; $3 : 6 = 8 :$ und das vierte Glied sollte gesucht werden, so würde dieses hier sehr leicht gefunden werden können: denn der Exponent ist, wie man bald sieht, 2; 3 ist in 6 zweymahl enthalten, und die Zahl, worinn 8 zweymahl enthalten ist, ist 16, folglich wäre 16 das vierte Glied. Allein hätte ich die Glieder $3 : 19 = 5 :$ so würde ich nicht so leicht finden, daß das vierte Glied $31\frac{2}{3}$ wäre; die Regel de Tri entdeckt es gleich.

§. 85.

Im gemeinen Leben kann nun diese Regel auf eine höchst mannigfaltige Art angewendet werden. Sehr viele Dinge stehen mit einander im geometrischen Verhältnisse. Wenn ich eine Waare mit einem Stück Gelde nach einem festgesezten Preise bezahle, so wird der Preis verdoppelt, wenn ich die Waare nach ihrem Maaße, oder Gewichte verdoppele, der Preis steigt überhaupt nach einem geometrischen Verhältnisse nach welchem die Waare steigt. Z. B. Ein Pfund kostet Einen Thaler; daher kommen zwey Pfund zwey Thaler zu stehn. Oder drey Ellen Tuch kosten 6 Rthlr. 6 Ellen werden daher nicht auch 6 Rthlr. sondern noch einmahl so viel, nämlich 12 Rthlr. kosten, weil 6 Ellen noch einmahl so viel als 3 Ellen sind.

Es giebt unzählige andere Fälle, wo der Verdienst durch das Verhältniß der Arbeit (1), oder durch das Verhältniß der Zeit (2), oder die geleistete Arbeit durch das Verhältniß der Zeit (3), oder wieder die Zeit durch das Verhältniß der Arbeit, oder Arbeiter (4), oder die Interesse durch das Verhältniß der Capitale (5) und zwar bald auf diese, bald auf jene Art bestimmt wird.

Z. B. (1) Ein Goldschmidt verdient an einem silbernen Löffel 11 ggr. 3 pf. Er hat deren 9 Stück verarbeitet; wie viel hat er verdient? Hier richtet sich sein Verdienst nach dem Verhältnisse der Arbeit; denn so wie er neunmahl mehr, als einen

Löffel, verfertigt hat, so hat er auch neunmahl mehr, als 11 ggr. 3 pf. verdient.

(2) Zweyter Fall. Ein fleißiger Arbeiter fängt mit einem Montage eine Arbeit an, und erhält für seine Arbeit täglich 13 ggr.: er will wissen, wie viel er auf diese Art in 9 Wochen und 3 Tagen (die Sonntage abgerechnet) verdienen könne? In diesem Falle hängt sein Verdienst von dem Verhältnisse der Zeit, da er arbeitete, ab: denn um so viel mahl 1 Tag in 57 Tagen (9 Arbeits-Wochen und 3 Tagen) enthalten ist, um so viel mahl ist auch der Gewinnst von 13 ggr. in dem ganzen Gewinnste enthalten.

(3) Dritter Fall. Zwey Spann Pferde pflügen in einem Tage 12 Morgen Acker, wie viel in 17 Tagen? Hier ist ein Tag in 17 Tagen so oft enthalten, als die geleistete Arbeit des Umpflügens von 12 Morgen Acker zu der gesammten Arbeit in 17 Tagen.

(4) Vierter Fall. 3 Mäher mähen in 8 Tagen eine Breite Korn ab, man kann aber 6 Mäher anstellen; wie lange werden diese an der Breite mähen? So wie hier der zuerst vorhandenen Arbeiter, der Zahl nach halb so viel, als der leztern sind, so werden sie auch nur in einerley Zeit halb so viel, als jene arbeiten können. Daher verhält sich hier Zeit zu Zeit, wie Arbeiter zu Arbeiter. Folglich um so oft 6 die Zahl 3 in sich schließt, wird auch die Zahl 8 Tage die Zahl der

Tage

Tage in sich schließen, worinn 6 Mäher die Breite abmähen.

(5) Fünfter Fall. Ein Capital von 1327 Rthlr. verintereßirt sich in einer gewissen Zeit zu 56 Rthlr. Wie hoch wird sich ein Capital von 713 Rthlr., welches eben so angelegt ist, in eben so langer Zeit verintereßiren?

Es verhält sich hier das Capital der 1327 Rthlr. zu dem Capitale der 713 Rthlr. wie die Interesse des ersten Capitals nemlich 56 Rthlr. zu der unbekannten Interesse der 713 Rthlr. Capital. Denn um so vielmahl das Capital von 1327 Rthlr. jenes von 713 Rthlr. in sich hält, um so vielmahl wird die Interesse 56 Rthlr. des erstern die Interesse des leztern in sich enthalten.

Anmerkung.

Bey dieser Vorbereitung zur Regel de Tri, suche der Lehrer durch solche Exempel die Schüler mit dem natürlichen Verhältnisse der Sätze recht bekannt zu machen, ohne dabey anfänglich wirklich zu rechnen.

§. 86.

Da ein Regel de Tri Exempel wirklich aus einer geometrischen Proportion besteht, so sieht man schon hieraus, so wie auch aus dem vorhergesagten erhellet, daß zu einem Exempel, welches durch die Regel de Tri aufgelößt werden soll, schlechterdings erfordert werde, daß die Glieder unter-

einander in einem ordentlichen Verhältnisse stehen. Z. B.

2 ℔ kosten 4 Rthlr. wie viel 8 ℔?

oder: 2 ℔ verhalten sich zu 8 ℔ wie 4 Rthlr. zu den zu suchenden Thalern, oder mit den mathematischen Zeichen der geometrischen Proportion ausgedrückt:

2 ℔ : 8 ℔ = 4 Rthlr. zu x.

(Das unbekannte Glied wollen wir immer x nennen). Daher werden die Fälle sich nie zu einem Regel de Tri Exempel schicken,

1) Wo zwischen zweyen Gliedern kein wahres Verhältniß statt findet.

Z. B. 2 ℔ kosten 3 Rthlr. wie viel 6 Ellen?

denn hier finde ich gar kein Verhältniß. Ich kann nicht sagen 2 Pfund verhalten sich zu 6 Ellen, denn worinn bestünde das Verhältniß der Pfunde zu Ellen? Nur das, was von gleicher Art ist, kann ein Verhältniß zu einander haben. Solche Grössen müssen auseinander entstehen, und in einander enthalten seyn. Aber wie sind Pfunde in Ellen enthalten? Eben so wenig kann ich sagen: 2 ℔ verhalten sich zu 3 Rthlr. Denn wie entstehen Pfunde aus Thalern, oder Thaler aus Pfunden?

Anmerkung.

Hier müssen wir einen Fehler vieler Rechenmeister rügen. Sie gewöhnen ihre Lehrlinge bey den Exempeln der Regel de Tri die Glieder stets so niederzuschreiben, wie man sie etwa ausspricht. Z. B. man sagt:

sagt: 2 ℔ kosten 4 Rthlr. wie viel 6 ℔? und sie lassen dies nun auch so hinschreiben und rechnen:

2 ℔ — 4 Rthlr. = 6 ℔.

Hierdurch kommt es denn, daß sie hernach eine Menge von Regeln nöthig haben, die sie der Regel de Tri beyfügen, um vermuthlich den Lehrlingen es desto schwerer zu machen. Die sogenannte umgekehrte Regel de Tri ist gleich eine Folge hiervon. Schlimm genug! wenn das erschwert wird, was ein jeder wissen muß, und auch an sich leicht ist. Ein jeder Schüler muß gewöhnt werden, die Glieder **nach der Natur der Sache** hinzuschreiben; nie nach der Aussprache. Er muß dadurch lernen, bey dem Rechnen nachzudenken, und es ist ja leichter und angenehmer mit Nachdenken zu rechnen, als ohne Nachdenken, und auf gerathe Wohl, im Vertrauen auf die uns mitgetheilten Geheimnissen ähnlichen Regeln, die durch ihre Menge und Unbestimmtheit in Ansehung der Fälle, worauf sie anzuwenden sind, die Anfänger irre führen! Nach der Aussprache die Glieder zu schreiben, ist **falsch**: denn 2 Pfund haben kein Verhältniß zu 4 Rthlr. und werden es auch nie bekommen!

§. 87.

2) Das Verhältniß in den Gliedern muß auch ein **bleibendes** seyn, d. h. so wie die in dem einen Verhältnisse steigenden oder fallenden Größen sich zu einander verhalten, muß es in dem andern auch seyn. Z. B. Ein falsches Regel de Tri Exempel wäre folgendes: 2 Soldaten legen in einem Tage 3 Meilen zurück, wie viel 50 Soldaten? oder

2 Sold. : 50 Sold. = 3 Meilen : X

Wollte ich ausrechnen: sie legen 75 Meilen zurück, so würde ich sehr fehlen: denn mit der zuneh-

nehmenden Zahl der Soldaten nimmt ihre Geschwindigkeit im Gehen nicht zu, folglich verhalten sich auch im zweyten Verhältnisse die Meilen nicht zu einander, wie im ersten die Zahl der Soldaten.

Wenn aus einem mit Wasser angefüllten Fasse aus dem Boden in 2 Minuten 3 Maaß Wasser herauslaufen, in wie viel Zeit werden die in demselben enthaltenen 200 Maaß herausgelaufen seyn?

Wollte ich schreiben, 3 Maaß zu 200 Maaß wie 2 Minuten zu x und rechnen: das Faß wird in 2 Stunden 13 Minuten und 20 Sec. ausgelaufen seyn, so würde ich gleichfalls irren: denn da das Wasser im Anfange wegen des größern Drucks geschwinder laufen, aber in seiner Geschwindigkeit allmählig abnehmen wird, so steht die mit gleichen Maaße dahinlaufende Zeit mit dem auf ungleiche Art auslaufenden Wasser in keinem Verhältnisse, und es kann daher auch dieser Fall nach der Regel de Tri nicht berechnet werden.

§. 88.

Weil eine Proportion aus zwey Verhältnissen besteht, und in jedem Verhältnisse die beyden Glieder ein wirkliches Verhältniß zu einander haben müssen, so sieht man hieraus, daß in einem ordentlichen Regel de Tri Exempel die drey Glieder keine drey verschiedene Dinge seyn, oder keine drey verschiedene Namen führen dürfen, sondern

dern es dürfen nur zwey verschiedene Namen in einem solchen Exempel vorhanden seyn. Z. B.

2 ℔ : 6 ℔ = 9 Rthlr. : x.

Hier sind nur zweyerley verschiedene Namen Pfunde und Thaler.

Anmerkung.

Hier ist aber blos die Rede von einem Namen, der eine wesentliche allgemeine Verschiedenheit der Sachen (Verschiedenheit in genere) ausdrückt, der das Geschlecht, nicht die Art, (nicht Verschiedenheit in specie) bezeichnet. Z. B. 2 ℔ kosten 5 Rthlr. wie viel 6 Loth? Hier sind Pfunde und Lothe gleichartige Dinge in Ansehung des Geschlechts, (als Gewicht) und blos als untergeordnete Art unterschieden, folglich schickt sich dieser Fall allerdings zu einem Exempel der Regel de Tri.

§. 89.

Wenn man erst die drey Glieder, welche zu einem Regel de Tri Exempel gehören, in ihrer natürlichen Ordnung hingesezt hat, so ist nichts leichter, als das Exempel zu berechnen.

Man multiplicirt nämlich, nach §. 81, das zweyte Glied mit dem dritten und dividirt das Product durch das erste Glied. Der Quotient ist das gesuchte vierte Glied. Z. B.

3 ℔ kosten 5 Rthlr. was 9 ℔?

oder

oder nach der natürlichen Ordnung:

3 ℔ : 9 ℔ = 5 Rthlr.

5	3
3 : 45	15 Rthlr. ist das gesuchte vierte Glied.
3.	
15	
15	
00	

Erste Anmerkung.

Es ist kein Wunder, daß, wenn man die Glieder hinschreibt, wie man spricht, alsdann bey diesem und ähnlichen Exempeln die Rechnung eben so heraus kommt: denn es werden alsdann eben dieselben Factoren mit einander multiplicirt, z. B. hier 5 mit 9, da nach dem natürlichen Aufsatze 9 mit 5 multiplicirt wurden, welches einerley Product geben muß. Man muß sich aber dennoch gewöhnen, den Aufsatz der natürlichen Ordnung, nicht der Aussprache gemäß, zu machen, weil die Aussprache in vielen andern Fällen leicht irre führen kann.

Zweyte Anmerkung.

Wenn das erste Glied Eins ist, so ist gar nicht nöthig, zu dividiren. Z. B. 1 Loth kostet 3 ggr. was 7 Loth?

oder:

1 Loth : 7 Loth = 3 ggr.

3

21 Groschen

Dritte

Dritte Anmerkung.

Wenn das zweyte, oder dritte Glied, **Eins** ist, so wird gar nicht multiplicirt, sondern gleich mit dem ersten dividirt. Z. B. Drey Ellen kosten 21 ggr. was 1 Elle?

oder:

3 Ellen : 1 Elle = 21 ggr. : x

$$\begin{array}{r|l} & 3 \\ 3 : \; 21 & 7 \text{ ggr. kostet 1 Elle.} \\ 21 & \\ \hline 00 & \end{array}$$

§. 90.

Es kann kommen, daß das erste Glied größer ist, als das Product des zweyten und dritten Gliedes, zumahl, wenn eins derselben eine Eins in sich enthält. In diesem Falle drückt man das gesuchte vierte Glied durch einen Bruch aus, zu dessen Nenner man das erste Glied und zu dem Zähler das Product des zweyten und dritten Gliedes nimmt, z. B. ein Arbeiter erhält in 5 Tagen 1 Rthlr. Lohn, wie viel in zweyen? schreibe:

5 Tage : 2 T. = 1 Rthlr. : x

2 X 1 giebt 2; mit 5 in 2 kann ich nicht dividiren, folglich wird das vierte Glied = $\frac{2}{5}$. Er erhält also in 2 Tagen $\frac{2}{5}$ Rthlr. Lohn.

Indessen, wenn eine solche Größe, als 1 Thaler noch in kleinere gegebene Sorten sich zerlegen, oder resolviren läßt, so kann man sie gleich, ehe man rechnet, in die kleinere Sorte verwandeln.

Z. B. 1 Rthlr. hat 24 ggr. Daher kann ich nur das vorhergehende Exempel auch so aufsetzen, und berechnen:

$$5\ \text{T.} : 2\ \text{T.} = 24\ \text{ggr.} : x$$

```
                         2   5
                       ----
                        48 | 9 3/5 ggr.
                        45 |
                       ----
                        -3
```

Der Lohn ist also $9\frac{3}{5}$ ggr. in 2 Tagen.

§. 91.

Auf die leztere Art werde ich verfahren müssen, wenn in irgend einem, oder mehrern Gliedern, schon größere Sorten mit kleinern verbunden, vorhanden sind. Z. B. Thaler und Groschen, Pfunde und Lothe u. s. w. Alsdenn bringe ich vor der Rechnung alles unter einerley Namen, oder resolvire es, z. B. ich verwandele die sämmtlichen Thaler zu Groschen und addire die vorhandenen hinzu, die Pfunde zu Lothe u. s. w.

Z.

Z. B. 5 ℔ kosten 3 Rthlr. 7 ggr. was 3 ℔?
oder:

5 ℔ : 3 ℔ = 3 Rthlr. 7 ggr. : x

```
         24
          3
        ----
         72 ggr.   dazu addirt 7 ggr.
          7
        ----
         79
          3 ℔ | 5
        ------|
        237   | 47⅖ ggr. das Gesuchte,
   5 :  20:   |  oder 1 Rthl. 23⅖ ggr.
        ----
         37
         35
        ----
          2
```

Oder: 2 ℔ 23 L. 1 Qtl. kosten 1 Rthlr. 5 ggr. 9 pf. was kosten 3 ℔ 7 L. 3 Qtl.? schreibe:

2℔.23L.1Qtl. : 3℔7Lth.3Qtl. = 1thl.5gr.9pf.x

```
 32              32              24 ggr.
  2               3               5
----            ----            ----
 64 L.           96 L.           29 ggr.
 23               7              12
----            ----            ----
 87             103 L.           58
  4               4              29
----            ----            ----
348 Qtl.        412 Qtl.        348 pf.
  1               3               9
----            ----            ----
349 Qtl.        415 Qtl.        357 pf.
```

Folglich habe ich das Exempel nun so umgeändert:

349 Qtl. : 415 Qtl. = 357 Pfenn. : x.

```
                 415
               ------
                1785
                 357
                1428   |349
            ---------- |
349 :         148155   |$424\frac{179}{349}$ Pf. das Gesuchte.
              1396::   |
            ----------
               00855:
                 698:     reducirt macht 1 Rthlr.
            ----------    11 ggr. $4\frac{179}{349}$.
                1575
                1396
            ----------
                 179
```

§. 92.

Unvermeidlich ist es bey den Regel de Tri Exempeln, daß sich nicht zuweilen bey den gegebenen Gliedern Brüche mit befinden sollten. Sie können bey einem, zweyen und allen drey Gliedern stehn. Allein diese machen keine Schwierigkeiten. Man darf nur folgendes beobachten:

1) Machet die vermischten Brüche zu unächten.

2) Ist von den beyden ersten Gliedern eines ein Bruch, so müssen beyde ersten Glieder in Brüche von einerley Benennung verwandelt werden.

3) Sind die beyden ersten Glieder schon Brüche von verschiedener Benennung, so müssen sie unter einerley Benennung gebracht werden.

4) Das dritte Glied bleibt, was es ist, und das vierte wird dann eben das, was das dritte ist.

5) Ist blos das dritte Glied ein Bruch, so bleiben die beyden ersten Glieder in ihrem ordentlichen Zustande. Denn wird das vierte Glied ein Bruch, wie das dritte Glied war.

6) Es können alle drey Glieder Brüche seyn. Das vierte wird aber stets ein solcher, wie das dritte ist.

§. 93.

Beyspiele: zu Nro. 1 und 2. $2\frac{1}{4}$ ℔ kosten 17 ggr. wie viel 10 ℔?

$2\frac{1}{4}$ ℔ : 10 ℔ = 17 ggr.

Hier verwandle ich $2\frac{1}{4}$ ℔ in einen unächten Bruch = $\frac{9}{4}$. Nun sollte ich sagen:

$\frac{9}{4}$ ℔ : 10 ℔ = 17 ggr.

Allein (nach Nro. 2) muß das zweyte Glied dem ersten ähnlich gemacht werden, indem es in einen Bruch gleiches Namens, oder Nenners, verwandelt wird. Nun sind 10 ℔ = $\frac{40}{4}$, folglich kann ich mit Recht sagen:

$\frac{9}{4}$ ℔ : $\frac{10}{4}$ ℔ = 17 ggr. : x

40 | 9
17 |
---
9 : 680 | 75 ggr. und $\frac{5}{9}$ ggr. = x.
63: | macht 3 Rthlr. $3\frac{5}{9}$ ggr.

50
45

$\frac{5}{9}$

Der Quotient $75\frac{5}{9}$ ist hier das, was das dritte Glied ist, nämlich Groschen. Wäre das zweyte Glied mit einem Bruche versehen gewesen, so mußte das erste (nach No. 2) in einen ähnlichen verwandelt werden. Z. B. 2 Centner kosten 3 Rthlr. was $7\frac{1}{2}$ C.? Ich sage: $\frac{4}{2}$ C. : $\frac{15}{2}$ C. = 3 Rthlr. : x

15
3 | 4
---
4 : 45 | $11\frac{1}{4}$ Rthlr. = x
4: |

05
4

$\frac{1}{4}$

Zu Nro 3. $\frac{2}{3}$ ℔ kosten 19 ggr. was $\frac{10}{8}$ ℔? schreibe:

$\frac{2}{3}$ ℔ : $\frac{10}{8}$ ℔ = 19 ggr. : x

oder:

$\frac{16}{24}$ ℔ : $\frac{30}{24}$ ℔ = 19 ggr. : x

```
        19 |
        30 | 16
16 :   570 | 35 10/16 = x
       48:
        90
        80
     10/16
```

zu Nro. 5. 3 Ellen kosten $5\frac{2}{8}$ Rthlr. was 7 Ellen?

3 Ellen : 7 Ellen = $\frac{42}{8}$ Rthlr. : x

```
        42 |
         7 | 3
3 :    294 | 98 Rthlr. = 12 1/4 Rthlr.
       27: | 8
        24
        24
        00
```

Es ist natürlich, daß dieses nicht 98 wirkliche Thaler, sondern eben das, was das dritte Glied, Achtel eines Thalers sind: folglich $\frac{98}{8}$ Rthlr. Dieses sind $12\frac{1}{4}$ Rthlr. Hier blieben die beyden ersten Glieder in ihrem natürlichen Zustande.

Zu Nro. 6. $7\frac{3}{4}$ Ellen kosten $34\frac{1}{3}$ Rthlr. was $15\frac{1}{2}$ Elle? schreibe: $7\frac{3}{4}$ Ell. : $15\frac{1}{2}$ Elle = $34\frac{1}{3}$ Rthlr. : x

oder:

$\frac{31}{4} : \frac{31}{2} = \frac{103}{3} : x$

oder:

$\frac{62}{8} : \frac{124}{8} = \frac{103}{3} : x$

```
        124
        103
      -----
        372
       124      62
      -----     ◡
62 :  12772 | 206 Rthlr. macht 68⅔ Rthlr. = x.
       124::  ---
      -----    3
        ..372
          372
      -----
          000
```

Erste Anmerkung.

Daß bey den Brüchen die Zähler blos; nicht aber die Nenner in Anschlag gebracht werden, ist natürlich: denn das Verhältniß zwischen den Gliedern ist blos in den Nennern der Brüche enthalten; die Zähler sind ja gleich gemacht. $\frac{2}{4}$ verhalten sich zu $\frac{4}{4}$, wie 2 zu 4. Habe ich daher mit diesem Verhältnisse was zu berechnen, so ist es natürlich, daß die beyden Nenner 4 dabey nicht mit in die Rechnung gezogen werden, sondern ich kann 2 und 4 als ganze Zahlen ansehen.

Zweyte Anmerkung.

Es können am Ende gebrochene Brüche übrig bleiben. Diese werden in reine verwandelt und noch zu dem gefundenen Gliede hinzu addirt. Z. B.

$\frac{6}{8}$ ℔ kosten $3\frac{1}{2}$ Rthlr. was $2\frac{3}{4}$ ℔?

schreibe: $\frac{6}{8}$ ℔ : $\frac{11}{4}$ ℔ = $\frac{7}{2}$ Rthlr. : x

oder:

$\frac{24}{32} : \frac{88}{32} = \frac{7}{2} : x$

88

88 |
7 | 24

$24 : 616 \mid \frac{25}{3} + \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}$ Rthlr; macht $8\frac{15}{27}$ Rthlr.

48:

136

120

$\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$

§. 94.

Die meisten bisher betrachteten Fälle waren von der Art, daß das Verhältniß in der Proportion ein steigendes war. Es kann eben so gut der Fall kommen, daß das Verhältniß ein absteigendes ist. Z. B. 8 ℔ kosten 3 Rthlr. was 4 ℔? Es ist leicht einzusehen, daß ich hier nicht darf setzen:

4 ℔ : 8 ℔ = 3 Rthlr. : x

denn, wenn 8 ℔ 3 Rthlr. kosten, so werden 4 ℔ doch gewiß nicht auch 3 Rthlr. und noch weniger mehr als 3 Rthlr. kosten können. Nach diesem Aufsatze muß aber x um so viel größer, als 3 Rthlr. werden, als 8 ℔ größer denn 4 ℔ sind. Ich sehe daher schon bey dem ersten Anblicke ein, daß das 4te Glied hier kleiner, als das dritte, werden müsse, folglich muß ich auch die beyden ersten Glieder so stellen, daß das zweyte das kleinere, und das erste das größere ist. Demnach kann ich nur sagen:

8 ℔ : 4 ℔ = 3 Rthlr. : x

$$\begin{array}{r|l} 4 & \\ 3 & 8 \\ \hline 8 : 12 & 1\tfrac{1}{2} = x \\ 8 & \\ \hline \end{array}$$

$$\tfrac{4}{8} = \tfrac{1}{2}$$

Anmerkung.

Die gesunde Vernunft wird bey allen Exempeln der Regel de Tri es sogleich sagen, ob das vierte zu suchende Glied kleiner, als das dritte, seyn werde. Darnach müssen denn die beyden ersten geordnet werden. Ist das dritte Glied größer, als das vierte nach dem Urtheile der gesunden Vernunft seyn wird, so muß das erste auch größer als das andere seyn; ist das dritte kleiner als das vierte seyn wird, so muß das erste auch kleiner als das andere seyn. Dies ist die Hauptregel, und hilft in allen Fällen durch. Alle Regeln, welche die gewöhnlichen Rechenmeister hier zum mechanischen Gebrauch geben, sind in die Irre führende Leiter.

§. 95.

Wenn einer die Frage aufgäbe, 125 Mann vollenden einen Bau in 6 Wochen, wie viel Mann werden erfordert werden, wenn der Bau beschleunigt werden, und in 2 Wochen vollendet seyn soll?

Die Vernunft sagt, daß alsdann weit mehrere angestellt werden müssen, folglich wird das vierte zu suchende Glied größer, als das dritte, seyn. Daher muß auch das zweyte größer, als das erste, und demnach unter den zwey gegebenen das kleinere, als das erste, angestellt werden. Ich kann also durchaus nicht anders sagen, als: 2 Wochen : 6 Wochen = 125 Mann : x

125
6 | 2

2 : 750 | 375 Mann = x
6::
15:
14:
10
10
00

Erste Anmerkung.

Wollte ich hier nach der Aussprache schreiben:

125 Mann : 6 W. = 2 W. : x.

42 Tage = 6 Wochen.
14 Tage = 2 Wochen.

168
42 | 125

125 : 588 | $4\frac{88}{125}$ Mann, das Gesuchte, wäre absurd.
500
$\frac{88}{125}$

Zweyte Anmerkung.

Die gewöhnlichen Rechenmeister bemerkten bald, daß diese und ähnliche Fälle ihre Schüler sehr irre führen, und in ein Labyrinth versetzen würden, aus den sie sich schwer würden heraus finden können. Daher gaben sie die weise Vorschrift: in solchen Fällen muß man die Regel de Tri **umgekehrt** anwenden, und das erste und zweyte Glied mit einander multipliciren, und mit dem dritten dividiren. Sie belegten dieses umgekehrte Verfahren auch mit dem besondern Namen der **umgekehrten Regel de Tri** (Regula

de tri inuersa). Auf diese Art kommen nun freylich solche Exempel richtig heraus.

$$125 : 6\ \text{M.} = 2\ \text{W.} : x$$

```
      6 | 2
  ------|
    750 | 375 Mann sind richtig heraus ge-
    6:: |         bracht.
  ------
    15:
    14:
  ------
     10
     10
  ------
    ..
```

Das schlimmste hierbey ist nur, daß diese Lehrer ihren Schülern nie sagen können, in welchen Fällen gerade diese umgekehrte Regel de Tri angewendet werden müsse. Lasset uns daher stets die Verhältnisse nach der Natur der Sache ansetzen, so bedürfen wir aller solchen unsichern Brücken nicht.

Zweyte Anmerkung.

3000 Rthlr. Capital geben zu 4 Procent jährlich 120 Rthlr. Zinse. Wie viel Capital wird erfordert werden, um nach eben diesen Procenten in einem Jahr 300 Rthlr. zu erhalten.

Auflösung.

Man sieht, daß man alsdenn noch mehr Capital gebrauchen wird, folglich wird das vierte Glied größer werden, als das dritte. Demnach sage ich:

120 Rthlr. Zinse : 300 Rthlr. Zins. = 3000 Cap. : x

3000

```
        3000|
         300|120
     -------|
120 : 900000|7500 Rthlr. Capital.
      840:::
      ------
       600::
       600::
      ------
       00000
```

§. 96.

Bey allen Arten der Rechnung trägt es sich häufig zu, daß am Ende Brüche übrig bleiben, nach deren Nenner das Ganze auf keine gewöhnliche Art eingetheilt ist. Z. B. $\frac{19}{26}$ Rthlr. $\frac{79}{96}$ ℔ u. s. w. Nun wird aber der Thaler nicht in 26, sondern in 24 Groschen eingetheilt, das ℔ nicht in 96, sondern in 32 Loth u. s. w. Man kann indessen diese Brüche leicht durch die Regel de Tri in bekannte Größen verwandeln. Z. B. $\frac{19}{26}$ Rthlr. Da der Thaler in 24 Groschen getheilt wird, so darf ich nur ausrechnen, wie viel vier und zwanzigstel Rthlr. $\frac{19}{26}$ Rthlr. sind, und das geschieht, wenn ich sage: Es verhält sich der ganze Thaler, der hier in 26 Theile eingetheilt ist, zu den vorhandenen 19 Theilen desselben, wie der ganze Thaler, der gewöhnlich in 24 Theile, oder Groschen eingetheilt ist, zu den zu suchenden Groschen, oder

$$26 : 19 = 24 : x.$$

Das

Das vierte Glied oder x giebt mir den Nenner zu dem Zähler, der 24stel eines Thalers ist, folglich giebt mir x die Groschen an. Hier

```
 24|
 19|
----
216|
 24 |26
----|◡
456 |17 das Gesuchte = 17 14/26 ggr.
26:
----
196
182
----
14/26
```

Folglich sind $\frac{19}{26} = \frac{17}{24}$ Rthlr. oder 17 ggr. Indessen bleiben noch $\frac{14}{26}$ übrig. Diese können nicht einen Groschen mehr in sich halten, sonst hätte ich bey der Berechnung statt 17 ggr. 18 ggr. erhalten müssen, folglich sind sie Theile eines Groschens. Ich habe also noch von einem in 26 Theile getheilten Groschen 14 Theile übrig. Da nun der Groschen gewöhnlich in 12 Pf. getheilt wird, so sage ich hier: Der hier in 26 Theile getheilte Groschen verhält sich zu den vorhandenen 14 Theilen, wie 12 Pf. zu den Gesuchten, oder x, welches mir daher die Pfennige anzeigt, oder:

$$26 : 14 = 12 \text{ Pf.} : x$$

$$\begin{array}{r|l} 12 & \\ \hline 28 & \\ 14 & 26 \\ \hline 168 & 6 \text{ Pf. und } \frac{12}{26} \text{ Pf. das Gesuchte.} \\ 156 & \\ \hline \frac{12}{26} & \end{array}$$

x ist also gleich $6\frac{12}{26}$ Pf. Für die Pfennige giebt es keine geringere Sorte. Ich muß also den Bruch so lassen. Demnach ist $\frac{19}{26}$ Rthlr. gleich 17 ggr. $6\frac{12}{26}$ Pf. = 17 ggr. $6\frac{6}{13}$ pf.

Auf ähnliche Art reducire ich alle Brüche, bey welchen der Nenner das Ganze auf eine ungebräuchliche Art eintheilt, auf bekannte Größen. Z. B. $\frac{17}{29}$ Zentner, wie viel Pfund, Loth und Quentgen enthalten die?

29 : 17 = 110 Pfund (Wenn der Centner zu 110 ℔ gerechnet wird) : x

$$\begin{array}{r|l} 110 & \\ 17 & \\ \hline 770 & \\ 11 & 29 \\ \hline 29 : 1870 & 64\frac{14}{29} \text{ ℔ das Gesuchte.} \\ 174 & \\ \hline 130 & \\ 116 & \\ \hline \frac{14}{29} & \end{array}$$

Die

Die übrig gebliebenen $\frac{14}{29}$ ℔ enthalten noch Lothe, also 29 : 14 = 32 Loth : x

$$
\begin{array}{r|l}
32 & \\
14 & \\
\hline
128 & \\
32 & 29 \\
\hline
448 & 15\frac{13}{29} \text{ Loth das Gesuchte.} \\
29: & \\
\hline
158 & \\
145 & \\
\hline
\frac{13}{29} &
\end{array}
$$

Diese $\frac{13}{29}$ Loth enthalten noch Quentgen, folglich sage ich 29 : 13 = 4 : x

$$
\begin{array}{r|l}
4 & 29 \\
\hline
29 : 52 & 1 \text{ Qtl. und} \\
29 & \frac{23}{29} \text{ Qtl.} \\
\hline
23 &
\end{array}
$$

Demnach ist $\frac{17}{29}$ Centner 64 ℔ 15 Loth $1\frac{23}{29}$ Qtl.

§. 97.

Wir haben bisher die Fälle betrachtet, da drey Glieder gegeben wurden, und man das vierte finden sollte. Allein es kann sich zutragen, daß noch mehr gegeben werden. Man kann vier, fünf und noch mehrere erhalten, unter welchen eine Proportion statt findet, und aus welchen man eine dazu im Verhältniß stehende unbekannte Größe finden soll.

Eine

Eine genaue Betrachtung dieser Fälle zeigt aber, daß sie sämmtlich durch die Regel de Tri aufgelöset werden können, nur muß dieselbe alsdann noch ein, oder mehrere mahl dazu angewendet werden.

Wir wollen annehmen: Ein Fuhrmann nimmt für 7 Centn. Fracht auf 8 Meilen 3 Rthlr. Fuhrlohn, wie viel wird er erhalten, wenn er 30 Centn. 52 Meilen fahren soll?

Auflösung.

Hier sind folgende fünf Dinge: 1) 7 Centn. 2) 8 Meilen; 3) 3 Rthlr. 4) 30 Centn. 5) 52 Meilen.

Man sieht aber ein, daß diese Dinge mit einander in Proportion stehn. Ein Fuhrmann nimmt für eine Fracht Geld, und dieses richtet sich nach der Last und nach der Weite des Weges. Wird die Last verdoppelt, so verdoppelt sich auch der Lohn. Wird der Weg zwey, drey oder mehr mahl vervielfältiget, so wächst auch der Lohn um dem doppelten und dreyfachen und vervielfältigten Preis.

Man hat bey diesen und allen ähnlichen Exempeln nur darauf zu sehn, daß man diese Dinge, welche sich zu einem ordentlichen Exempel schicken, gehörig aufsetze. Hernach berechnet man sie nach der ordentlichen Regel de Tri.

Ich finde zuerst:
7 Centn. kosten 8 Meilen zu fahren 3 Rthlr. Was würden die 30 Centn. kosten, wenn sie auch sollten 8 Meilen weit gefahren werden? Ich kann daher füglich die 7 und 30 Centn. zuerst in der Hinsicht betrachten, als sollten sie beyde 8 Meilen gefahren werden, und lasse daher die Meilen weg und sage

7 Centn. : 30 Centn. = 3 Rthlr. : x.

```
      3 | 7
7 :  90 | 12 6/7 Rthlr.
     7: |
     20 |
     14 |
    6/7
```

Dies würden 30 Centner kosten, wenn sie sollten 8 Meilen weit gefahren werden. Nun aber sollen die 30 Centner nicht 8 Meilen, sondern 52 Meilen, oder eine Weite gefahren werden, die $6\frac{1}{2}$ mahl größer ist, als jene: Daher muß ich erforschen: Wenn 30 Centner auf 8 Meilen $12\frac{6}{7}$ Rthlr. kosten, was werden sie kosten, wenn sie $6\frac{1}{2}$ mahl so weit, oder 52 Meilen gefahren werden sollen? Ich sehe hierbey zweyerley ein: 1) die Meilen machen hier eine Hauptbestimmung der ganzen Rechnung aus, folglich wird das erste und zweyte Glied aus Meilen bestehn; 2) es wird eine noch größere Summe Geldes erfodert werden, folglich wird das vierte Glied größer, als das dritte, seyn. Nun kann es nicht fehlen, daß nicht der Aufsatz richtig ausfallen sollte. Er muß so stehen:

8

8 Meilen : 52 Meil. = $12\frac{6}{7}$ Rthlr. : x
oder $\frac{90}{7}$ Rthlr. : x.

```
          52
          90 | 8
8 :     4680 | 585 Rthlr. = 83 4/7 Rthlr.
        40:: | ---       Das Fuhrlohn auf
        .68: |   7       52 Meilen.
         64:
         .40
          40
         .:.
```

Erste Anmerkung.

Man könnte den Aufsatz auch so machen:

1) 7 Centn. kosten 3 Rthlr. auf 8 Meilen, was auf 52 Meilen.

8 Meil. : 52 Meil. = 3 Rthlr. : x

```
          3 | 8
8 :     156 | 19 1/2 Rthlr. kosten 7 Centn. auf
         8: |        52 Meilen.
         76 |
         72
         4/8
```

2) 7 Centn. : 30 Centn. = $19\frac{1}{2}$ Rthlr. : x

$\frac{39}{2}$

```
     39 | 7
     30 |
   ---- |
7 : 1170| 167 + 1/7        gleich 83 4/7 Rthlr.
    7:: | ----   ---
   ---- |   2     2                wie vorhin.
    47: |
    42: |
   ----
     50
     49
   ----
     1/7
```

Zweyte Anmerkung.

Die gewöhnlichen Rechenmeister geben hier allerley Regeln, von denen aber eben das gilt, was wir bey der sogenannten umgekehrten Regel de Tri gesagt haben. Man muß bey dem Rechnen nachdenken und nicht handwerksmäßig verfahren: denn das Rechnen ist eine Wissenschaft; keine Wissenschaft kann man aber, ohne nachzudenken, treiben. Wir haben bey dem vorigen Falle die Regel de Tri zweymahl angewendet. Daher nennen die Rechenbücher einen solchen Fall die doppelte Regel de Tri, oder, weil dabey fünf Glieder vorhanden sind, die *Regulam de quinque* (nemlich numeris inveniendi sextum). Eigentlich sollten sie sagen, den Fall *de quinque* &c. &c. denn eine Regel ist es ja nicht.

§. 98.

Wir wollen noch einige Exempel von dieser Art hinzufügen:

1000 Rthlr. tragen in zwey Jahren 50 Rthlr. Zinsen ein, wie viel werden auf gleiche Art 3500 Rthlr. in $3\frac{1}{2}$ Jahre einbringen?

Auflösung.

1) 1000 Rthlr. Cap. : 3500 Rthlr. Cap. = 50 Rthlr. Interesse : x

```
          3500 |
            50 | 1000
   ----------- |
1000 : 175000  | 175 Rthlr. = x
```

2) 2 Jahr : $3\frac{1}{2}$ Jahr = 175 Rthlr. : x
$\frac{4}{2}$ J. $\frac{7}{2}$ J.

```
            7 | 4
       ------ |
         1225 | 306¼ Rthlr. Die
    4 :  12:: |   Zinse in 3½
       ------ |   Jahren.
         0025 |
           24
       ------
           ¼
```

Anmerkung.

Auch hier könnte man sagen:

1) 2 J. : $3\frac{1}{2}$ J. = 50 Rthlr. : x
macht $87\frac{1}{2}$ Rthlr.

2) 1000 Rthlr. : 3500 Rthlr. = $87\frac{1}{2}$ Rthlr. : x
macht $306\frac{1}{4}$ Rthlr.
wie vorhin.

An einem Felde von 7 Morgen arbeiten 6 Personen 5 Tage; wie lange werden 10 Personen an $17\frac{1}{2}$ Morgen arbeiten.

Auflösung.

1) 10 Personen : 6 Personen = 5 Tage : x

```
          5  10
    ─────────
         30 | 3 Tage
         30 |
    ─────────
         00
```

denn es werden ja 10 Personen nicht mehr Zeit, als 6 Personen gebrauchen.

2) 7 Morgen : $17\frac{1}{2}$ Morgen = 3 T. : x

```
14/2        35 |
             3 | 14
    ───────────
14 :       105 | 7 1/2 Tagen = x
            98 |
    ───────────
          7/14 |
```

Erste Anmerkung.

Hier habe ich bey der ersten Anwendung die Regel de Tri der Aussprache entgegen gemacht, oder nach der sogenannten **umgekehrten Regel de Tri** gerechnet, indem ich ihn der Natur der Sache gemäß machte. Die gewöhnlichen Rechenmeister nennen diesen Fall: **nach der verkehrten Regel de quinque rechnen.**

Zweyte Anmerkung.

Eine Besatzung von 2850 Mann haben, der Mann täglich 20 Unzen Brod gerechnet, auf 5 Monate Proviant. Gesezt es kämen noch 950 Mann dazu, und der Proviant sollte auf $5\frac{1}{2}$ Monat ausreichen, wie viel würde die tägliche Portion eines Mannes seyn können?

Auflösung.

2850 Mann und 950 Mann sind 3800 Mann.

1) Ich

1) Ich sage: 3800 M. : 2850 M. = 20 U. : x

```
            2850 | 3800
              20 |
            -----|
3800 :     57000 | 15 Unzen
            3800 |
           -----
           19000
           19000
           -----
           00000
```

2) $5\frac{1}{2}$ Mon. : 5 Mon. = 15 Unz. : x
oder: $\frac{11}{2}$ M. : $\frac{10}{2}$ M. = 15 U. : x

```
          15 |
          10 | 11
        -----|
11 :     150 | 13 7/11 Unzen wäre
         11  | die tägliche Por-
        -----| tion eines Man-
          40 | nes.
          33
        -----
         7/11
```

Hier ist die Regel de Tri auf die sogenannte umgekehrte Art zweymahl gebraucht worden.

§. 99.

Es können auch 7 Größen vorhanden seyn, und in einem solchen Verhältnisse mit einander stehen, daß man daraus eine achte finden kann. Hier muß man die Regel de Tri drey mahl anwenden. Die Hauptsache hängt auch hier von der rechten Stellung der Glieder ab.

Z. B. Wenn 15 Leinweber Gesellen täglich 10 Stunden arbeiten, und in 5 Wochen 3 Tagen

50 Stiege Leinwand verfertigen, wie viel Gesellen werden erfordert, um 120 Stiege zu verfertigen, wenn sie täglich 15 Stunden arbeiten, und zwar 3 Wochen 4 Tage arbeiten sollen?

1) 15 Leinweber verfertigen 50 Stiege, wie viel sind zu 120 Stiegen nöthig? Antwort: allerdings mehr!

Also: 50 St. : 120 St. = 15 L. : x

```
             15
           ----
            600
             12   50
          -----
 50 :      1800 | 36 Leinweber = x.
            150 |
          ----- |
            300 |
            300 |
          ----- 
            000
```

2) 36 Leinweber verfertigen die 120 Stiege in 5 Wochen 3 Tagen, wie viel müssen es seyn, wenn die Arbeit schon in 3 Wochen und 4 Tagen soll vollendet seyn? Antwort: natürlich mehr!

Also 3 W. 4 T. : 5 W. 3 T. = 36 L. : x
oder 22 T : 33 T. = 36 Leinw. : x

```
             36
           ----
            198
             99 | 22
          ----- |
 22 :      1188 | 54 Leinweber = x.
           110  |
          ----- |
             88 |
             88
          -----
             00
```

3)

3) 54 Leinweber verfertigen die 120 Stiege in 3 Wochen 4 Tagen, wenn sie täglich 10 Stunden arbeiten; allein wenn täglich 15 Stunden soll gearbeitet werden, wie viel dürfen es dann noch seyn? Antwort: weniger!

Also 15 St. : 10 St. = 54 Leinw. : x.

```
        10|15
15 :   540|36 Leinweber. Dies
       45:|   ist das gesuchte
        90|   achte Glied.
        90
        00
```

Erste Anmerkung.

Solche Fälle zu berechnen, würde nach dem Ausdrucke der gewöhnlichen Rechenmeister heißen: nach der Regel de Septem rechnen.

Zweyte Anmerkung.

Ein anderes Beyspiel.

Ein Kaufmann in Berlin hat an einem englischen Kaufmann 1500 Rthlr. Pr. Curr. zu fodern, wie viel beträgt diese Summe nach dem in England üblichen Pfund Sterling? Man weiß, daß 1 Rthlr. Preuß. Curr. 3 Mark Lübisch, und $7\frac{1}{2}$ Mark Lübisch, 1 ℔ Flämisch und 5 ℔ Flämisch 3 ℔ Sterling machen. Ich würde hier die Regel de Tri drey mahl so aufsetzen:

1) 1 Rthlr. Pr. Curr. : 1500 Rthlr. = 3 Mark Lübisch : x

2) $7\frac{1}{2}$ M. Lüb. : x = 1 ℔ Flämisch. : y

3) 5 ℔ Fläm. : y = 3 ℔ Sterl. : z.

Hier giebt x die 1500 Rthlr. in Lübischen Gelde: y giebt die 1500 Rthlr. in Flämischen Gelde, z giebt die 1500 Rthlr. in Pfunden Sterling.

Also 1) 1 Rthlr. : 1500 Rthlr. = 3 M. Lüb. : x

3

4500 Mark Lüb. Geld = x

2) $7\frac{1}{2}$ M. Lüb. : 4500 M. Lüb. = 1 ℔ Fl. : y

oder $\frac{15}{2}$: 9000 = 1 : y

: 2

15 : 9000 | 600 ℔ Fläm. Geld = y.

90::

0000

3) 5 ℔ Fläm. : 600 ℔ Fläm. = 3 ℔ Sterl. : z

3

5 : 1800 | 360 ℔ Sterling ist das gesuchte achte Glied, oder z, so viel betragen 1500 Rthlr. Preuß. Currant.

15::

30:

30:

000

Dritte Anmerkung.

Drey Personen haben eine Waare von 150 ℔ am Gewicht für 62 Rthlr. eingekauft. *Antonius* erhält davon 80 ℔, *Bernhardus* 36 ℔, und *Cajus* 34 ℔. Was muß ein jeder erlegen?

Auflösung.

Es ist natürlich, daß das Geld, was die Waaren kosten, nicht in drey gleiche Theile getheilt werde. Denn A welcher 80 ℔ hat, würde zu wenig geben, hingegen B etwas zu viel, und C auch zu viel. Daher

her wird hier berechnet werden müssen, wie viel ein jeder insbesondere zu erlegen habe, dergestalt: daß, was er giebt, dem, was er erhalten hat, angemessen sey (ex aequo). Ich sage:

1) Das ganze Gewicht der Waare verhält sich zu dem besondern Gewicht des A, wie die sämmtlichen Kosten zu den besondern des A.

```
1) 150 ℔ : 80 ℔ = 62 Rthlr. : x
                 80 150
150 :  4960 | 33 10/150 Rthlr. erlegt A.
       450: |
        460
        450
      10/150
```

2) Das ganze Gewicht der Waare verhält sich zu dem besondern Gewicht des B wie die sämmtlichen Kosten, zu den besondern Kosten des B.

```
2) 150 ℔ : 36 ℔ = 62 Rthlr. x.
              62
              72
            216 150
150 :    2232 | 14 132/150 Rthlr. erlegt B.
         150: |
          732
          600
          132
```

3) Das ganze Gewicht der Waare verhält sich zu dem besondern Gewicht des C, wie die sämmtlichen Kosten zu den besondern Kosten des C.

3) 150 ℔ : 34 ℔ = 62 Rthlr. : x

```
              62
         ──────────
              68
             204  150
        ────────────
150 :       2108 | 14 8/150 Rthlr. erlegt C.
             150 :
        ──────────
             .608
              600
        ──────────
             ..8
             150
```

folglich erlegt A, $33\frac{10}{150}$ Rthlr.
B, $14\frac{132}{150}$ Rthlr.
C, $14\frac{8}{150}$ Rthlr.

Summ. $61\frac{150}{150}$ Rthlr. oder 62 Rthlr.

§. 100.

Es giebt aber, doch nur vorzüglich im Handel, und zwar besonders bey den Wechselrechnungen Fälle, bey welchen oft noch mehr als 7 proportionirte Verhältnisse vorkommen. Hierbey wird es etwas umständlich, wenn man die Regel de Tri oftmals anwenden muß; ja es kommen alsdenn nicht selten so vielerley Brüche vor, daß die Rechnung dadurch noch weitläufiger wird. Daher hat man ein Verfahren, welches von einem Holländer Namens de Rees zur Abkürzung solcher Rechnungen eingeführt worden ist. Man nennt es die Reesische, auch Kettenregel, Kettenrechnung, (Conjoint, Multiplex), weil dabey die Glieder gleichsam zusammen gereihet, oder in einen einzigen zusammenhängenden Aufsatz gebracht werden.

werden. Wir müssen diese Art zu rechnen, ihres Nutzens und häufigen Gebrauchs wegen, besonders durchgehen.

1000 Rthlr. zu 5 pr. C. geben in einem Jahre 50 Rthlr. Interesse, wie viel geben 3500 Rthlr. zu 4 pr. C. in 13 Monaten?

Nach der ordentlichen Regel de Tri müßte ich sagen:

1) 1000 Rthlr. : 3500 Rthlr. = 50 Rthlr. : x

50 | 1000

175000 | 175 Rthlr.

2) 5 Pr. C. : 4 Pr. C. = 175 Rthlr. : y

4 | 5

5 : 700 | 140 Rthlr.

5::

20:

20:

000

3) 12 M. : 13 Mon. = 140 Rthlr. : z

140

13

420

14 | 12

12 : 1820 | 151 $\frac{2}{3}$ Rthlr. das Gesuchte.

12::

62:

60

20

12

$\frac{8}{12}$

Hier

Hier kann ich aber nach §. 55. die drey Sätze unter einander stellen, daß die ersten Glieder sämtlich unter einander und so auch die andern u. s. w. zu stehen kommen, alsdenn die Zahlen eines jeden Gliedes mit einander multipliciren. Darauf die Producte des 2ten und 3ten Gliedes mit einander wieder multipliciren, und dieses neue Product durch das Product aus dem ersten Gliede dividiren, der Rest ist das Gesuchte. Ich rechnete demnach so:

$$
\begin{array}{rcrcrcr}
1000 & : & 3500 & = & 50 & : & x \\
5 & : & 4 & = & x & : & y \\
12 & : & 13 & = & y & : & z \\
\hline
60000 & : & 182000 & = & 50 & : &
\end{array}
$$

```
       50 |60000
  9100000 |
  60000:: |151⅔ Rthlr. das Gesuchte,
  ------- |            wie vorhin.
  310000: |
  300000: |
  -------
   100000
    60000
  -------
    40000
  -------
    60000 = 2/3
```

Erste Anmerkung.

Dieses leztere wäre schon eine Abkürzung des gewöhnlichen Verfahrens; allein ich kann noch näher dazu kommen. Ich sehe nämlich, daß hier die Producte des zweyten Gliedes 3500, 13, 4, mit dem Producte des dritten Gliedes (50) multiplicirt wurden. Ich

Ich kann also, um nicht so viel zu schreiben zu dürfen (denn die x und y bringen in der Rechnung doch nichts heraus), gleich, was in dem dritten Gliede steht, zu dem zweyten setzen, und nun erhalte ich im Aufsatze nur zwey Glieder, erstlich, das vorige erste Glied, als 1000, 5, 12, und denn aus dem vorigen zweyten und dritten, 3500, 4, 13, und 50.

Ich setze beyde neben einander, also

1000	3500
5	4
12	13
	50

nun werden die Zahlen in jeder Columne mit einander multiplicirt, so erhalte ich von der ersten 60000, und von der andern 9100000; das leztere durch das erstere dividirt, giebt, wie vorhin, $151\frac{2}{3}$ Rthlr. als das Gesuchte.

Es läßt sich indessen noch ein Vortheil anbringen. Man versucht nämlich, ob nicht Zahlen der einen Columne in Zahlen der andern aufgehen, um dadurch die Factoren so klein als möglich zu machen, und die Rechnung desto kürzer zu machen. Hier ist zum B. der Fall, daß 1000 und 3500 durch 100 dividirt 10 und 35 geben, ich kann also 1000 und 3500 durchstreichen, und dafür blos 10 und 35 setzen, als:

(10) 10/00	35/00 (35)
5	4
12	13
	50
10×5×12 :	35×4×13×50
giebt 600 :	91000.

in einander dividirt giebt gleichfalls $151\frac{2}{3}$ Rthlr. als das Gesuchte. Auch verhält sich 5 zu 50 wie 1 zu 10. Demnach könnte ich den Ansatz noch kürzer so einrichten:

10)	1000 Rthlr.	3500 Rthlr.	35)
	12 Mon.	50 Rthlr.	10)
1)	5 Pr. C.	4 Pr. C.	
		13 Mon.	
	12×10 = 120	35×13×4×10 = 18200.	

```
          18200 | 120
120 :     120 : : | ‿
          ------  | 151 2/3 Rthlr. das
           620 :  | Gesuchte, wie
           600 :  | vorhin.
          ------
           200
           120
          ------
            80
          ------
           120 = 2/3
```

Erste Anmerkung.

Diese leztere Art mit den möglichsten Abkürzungen zu verfahren, nennt man nach der Reesischen- oder Kettenregel überhaupt rechnen.

Zweyte Anmerkung.

Was man zu beobachten habe, wenn in diesen Rechnungen Brüche vorkommen, wird in der Folge an einem Beyspiele gezeigt werden.

§. 101.

Folgendes Exempel soll gerechnet werden: Wie groß ist das Capital, das in 8 Monaten 96 Rthlr. Interesse giebt, wenn 100 Rthlr. in 12 Monaten nur 4 Rthlr. Interesse geben.

Nach

Nach der Regel de Tri

1) 4 Rthlr. Int. : 96 Rthlr. Int. = 100 Cap. x
macht 2400 Rthlr. Cap.

2) 8 Monate : 12 Monaten = 2400 Rthlr. x
macht 3600 Rthlr. Capital = dem Gesuchten.

Nach der Kettenregel.

100 Rthlr. Cap.	1) ~~4~~ Rthlr. Int.
3) ~~12~~ Mon.	
96 Rthlr. Int.	8 Monate.
9600	8

9600
3 | 8
28800 | 3600 Rthlr. Cap. = dem Gesuchten, wie vorhin.
24:::
48::
48::
0000

Anmerkung.

Es ist natürlich, daß, wenn man die Kettenrechnung nach den Sätzen der Regel de Tri ansezt, man in dem vorhergehenden Exempel, die bey dem ersten Satze der Regel de Tri gefundenen 2400 Rthlr. gar nicht in den Satz der Kettenrechnung hineinbringt.

§. 102.

Wenn Münzsorten, Maaße, auch Gewicht und Ellen u. s. w. mit einander verglichen werden sollen, so geschieht das nach der eigentlichen Kettenregel: denn hier werden die Glieder gleichsam kettenweise an einander gehängt.

Z. B. 1 Rthlr. Pr. Curr. macht 3 Mark Lübisch; $7\frac{1}{2}$ Mark Lübisch machen 1 ℔ Flämisch; 5 ℔ Flämisch machen 3 ℔ Sterling, wie viel ℔ Sterlinge machen 1500 Rthlr. Pr. Curr.?

Nach-

Nach der Regel de Tri.

1) 1 Rthl. Pr. Curr. : 1500 Rthl. = 3 ℳ Lüb. : x ℳ Lüb.
2) $7\frac{1}{2}$ ℳ Lüb. : x ℳ Lüb. = 1 ℔ Fläm. : y ℔ Fläm.
3) 5 ℔ Fläm. : y ℔ Fläm. = 3 ℔ Sterl. : z ℔ Sterl.

$\frac{75}{2}$: 1500 = $\frac{18}{2}$: z

2

3000

18

3000 | 75

75 : 54000 | $\frac{720}{2}$ = 360 Rthlr. das Gesuchte.

525 : :

- 150 :

150 :

0000

Nach der Kettenregel.

1 Rthlr. Pr. Curr. | $\frac{6}{2}$ ℳ Lüb.
$\frac{15}{2}$ ℳ Lüb. | 1 ℔ Fläm.
5 ℔ Fläm. | 3 ℔ Sterl.
x ℔ Sterl. | 1500 Rthlr. Pr. Curr.

$\frac{75}{2}$ 1500

6

9000

3

75 : 27000 | 75

225 : : | 360 Rthlr. das Gesuchte.

450 :

450 :

0000

Erste

Erste Anmerkung.

Hier haben wir deutlichen Uebersicht wegen, die Mark Lüb, weil in einem Ausdrucke derselben ein Bruch vorkam, in beyden Gliedern durch einen gleichnamichten Bruch ausgedrückt. Man bringt sonst in diesen Exempeln dergleichen Brüche unter einerley Benennung, indem man zwar einen gemischten Bruch, wie gewöhnlich, zu einem unächten macht; aber seinen Nenner auf die andere Seite als einen ordentlichen Factor mit ansezt, und hernach damit multiplicirt. In diesem Exempel würde auf diese Art statt $\frac{13}{2}$ blos 13 stehn, und die 2 als Nenner auf die andere Seite als Factor gesezt werden müssen; in der andern Columne bleiben statt $\frac{6}{2}$ blos 6 stehen, und der Nenner 2 kommt wieder auf die entgegenstehende Seite als Factor hin. Weil hier aber auf diese Art in jeder Reihe die 2 hinzu kommen würde, so kann sie, weil es einerley Zahl ist, ganz wegbleiben.

Zweyte Anmerkung.

$2\frac{1}{2}$ ℔ kosten $3\frac{4}{8}$ Rthlr. was 88 ℔?

Nach der Kettenregel:

```
5) 2 1/2 ℔. | 2)  3 4/8 Rthl.          2464
                                           2
8) x Rthl.  | 28) 88 ℔.          40 : 4928 | 123 1/5 Rthlr.
--------------------------------      40:: |  das Ge-
8 X 5          88 X 28 X 2.           ---- |  suchte.
5                 28                  92:
----             ----                 80:
40               704                  ----
                176                   128
                ----                  120
                2464                  ----
                                      . . 8/40 = 1/5
```

Hier verwandelten wir $2\frac{1}{2}$ ℔ in einen unächten Bruch $\frac{5}{2}$ und setzten dafür 5 hin; allein der Nenner 2 kam gegen über in die andre Columne. Ferner $3\frac{4}{8}$ ver-

wandelten wir in den Bruch $\frac{28}{8}$, sezten 28 hin; aber die 8 in die andere Columne und rechneten übrigens, wie vorher.

Dritte Anmerkung.

Kommt ein ächter Bruch vor, so behält man seinen Zähler, und multiplicirt die andern Zahlen damit wie gewöhnlich; den Nenner setzet man aber in die andere Columne. Z. B.

$\frac{2}{3}$ ℔ kosten $3\frac{1}{2}$ Rthlr. was 8 ℔.

2) $\frac{2}{3}$ ℔	$3\frac{1}{2}$ Rthlr.	3)	
2) x Rthl.	8 ℔.	7)	4
$2 \times 2 = 4$	$8 \times 7 \times 3 = 168$		42 Rthlr. das Gesuchte.

$$\begin{array}{r} 168 \\ 16{:} \\ \hline 008 \\ 8 \\ \hline 0 \end{array}$$

§. 103.

Es entsteht nun die wichtige Frage: woraus ersehe ich, daß ich die Glieder so, wie bisher geschehen ist, stellen muß? Am sichersten ist es, wenn man, wie wir schon einigemahl gethan haben, die Glieder nach der Regel de Tri hinsezt, und sie dann so ordnet, daß, wie vorhin gesagt, das zweyte und dritte Glied einer jeden Proportion, oder Satzes in eine Reihe als Factoren gesezt werden; die jedesmahligen ersten Glieder der Proportionen bleiben aber zusammen, und formiren

miren eine besondere Reihe, wozu man denn an die Stelle des vierten zu suchenden Gliedes das Zeichen x hinstellt.

Sonst gaben die Rechenbücher verschiedene Regeln an, die aber bey einem Ungeübten nicht hinreichend sind, ihn vor Fehlern zu verwahren, und die dem Geübten nicht sonderlich helfen können. Eine der bessern ist die: Man setze oben in die Columne zur linken Hand diejenige gegebene Größe, welche als eine Hauptursach in Ansehung aller der in der Rechnung vorkommenden Sachen anzusehn ist. (Z. B. In dem lezten Exempel war $\frac{3}{4}$ ℔ eine Hauptursach, denn sie bestimmten ja den Preis der $3\frac{1}{2}$ Rthlr. Hiernächst die Wirkung davon (vorhin $3\frac{1}{2}$ Rthl.) setze man in die Columne rechter Hand gegen über. Die folgende neue Ursach kommt unter der leztern Wirkung zu stehn (hier 8 ℔, deren Preis ich als eine Wirkung von ihnen wissen will), und die Wirkung davon gegen über in die erste Columne. Da in dem vorigen Exempel diese leztere Wirkung das gesuchte ist, so setze ich dafür x. Wenn aber das Exempel aus mehrern Gliedern bestünde, so müßte ich immer auf ähnliche Art fortfahren. Diejenige Columne, wo x steht, dividirt stets mit ihrem Producte zulezt in das Product der andern Columne, wo x nicht steht. Wir wollen in dieser Hinsicht den Ansatz des Exempels aus dem 99 §. betrachten.

15 Leinweber verfertigen in 33 Tagen 50 Stiege Leinwand, wenn sie täglich 10 Stunden arbeiten;

wie viel Gesellen sind nöthig, um 120 Stiege zu verfertigen, wenn sie in 22 Tagen ihre Arbeit vollenden, und täglich 15 Stunden arbeiten sollen?

Ansatz.

Dreyfache Ursache der 50 Stiege Leinwand.	15 Leinweber in 33 Tagen in 10 Stunden	verfertigen 50 Stiege	Wirkung der Ursache entgegen gesezt.
Zweyte Wirkung der zweyten Ursache entgegen gesezt.	an 120 Stiegen	wie viel (x) Gesellen arbeiten in 22 Tagen 15 Stunden	Zweyte dreyfache Ursach unter die erste Wirkung gesezt.

Dieses setze ich nun kurz so auf:

	~~15~~ Leinweber	~~50~~ Stiege. 5)
	33 Tagen	x Gesellen
1)	~~10~~ Stunden	22 Tage
	120 Stiege	~~15~~ Stunden

120 X 33 = 3960 : 22 X 5 = 110.

```
                110
110 : 3960 | 36 Leinweber-
      330:   gesellen, das
      .660   Gesuchte.
       660
       000
```

Indes-

Indessen giebt es Fälle, wo Ursach und Wirkung schwer ausfindig zu machen sind. Daher bleibt der erste Rath der sicherste.

§. 104.

Wir wollen noch einige Exempel von der Kettenrechnung der Uebung wegen hinzufügen.

1) Erster Fall. Die sogenannte **ordentliche** Regel de Tri.

$3\frac{3}{8}$ ℔ kosten $5\frac{3}{4}$ Rthlr. = $7\frac{2}{5}$ ℔?

Auflösung.

27) $3\frac{3}{8}$ ℔		(8 2)
1) 4)	$5\frac{3}{4}$ Rthlr.	(23
5) x	$7\frac{2}{5}$ ℔.	(37

27 × 5 = 135 : 37 × 23 × 2 = 1702

135 : 1702 | 135

135 : | 12 $\frac{82}{135}$ Rthlr. **das** Gesuchte.

352

270

$\frac{82}{135}$

2) Zweyter Fall. **Umgekehrte Regel de Tri.** 6 Mann verfertigen eine Arbeit in 12 Tagen, wie viel Mann werden sie in 14 Tagen beendigen können?

6 M.	4 T.
12 T.	x

72 : 4 = 18 Mann, das Gesuchte.

Hier sind 6 Mann und 12 Tage die erste Ursach, die Wirkung, welches hier ihre Arbeit ist, kömmt gegen über; allein da hier die Arbeit nicht selbst in Betrachtung und in die Rechnung gezogen wird, so wird x als die gesuchten Mann, oder als gleichsam eine Wirkung von jenen, indem doch jene Mann und Tage diese Mann bestimmen, in die andere Columne gesezt.

Dritter Fall. Regel de quinque. Ein Meister hält 4 Wochen 32 Gesellen, welche ihm 118 Rthlr. an Lohne kosten. Er verabschiedet davon 11 und behält die übrigen noch $\frac{3}{4}$ Jahr. Was werden diese ihm kosten?

32 Ges.	118 Rthlr.
4 W.	21 Ges.
x Rthlr.	39 Wochen

128 : 96642

755 Rthlr. $4\frac{1}{2}$ Pf. das Gesuchte.

Vierter Fall. Regel de Septem. Ein Graben von 4 Schuh Breite 3 Schuh Tiefe und 30 Schuh Länge kostet zu graben 4 Gulden, was kostet ein Graben von 5 Schuh Breite, 6 Schuh Tiefe und 120 Schuh Länge?

4 Schuh Breite			4 Gulden
3 Schuh Tiefe		30)	5 Schuh Breite
50 Schuh Länge			6 Schuh Tiefe
x.			120 Schuh Länge
3	:		120 = 40 Gulden das Gesuchte.

Fünfter Fall. Vergleichung des Maaßes, Gewichts, der Geldsorten, u. s. w. Ein Pariser Stab kostet 9 Franz. Livres; 5 Stab machen 9 Nürnb. Ellen; 7 Nürnb. Ellen 8 Leipziger Ellen; 5 Franz. Livres gelten 2 Gulden; und 3 Gulden 2 Rthlr. Wie viel Rthlr. gelten 12 Leipz. Ellen?

8 Leipz. Ell.	7 Nürnb. Ell.	
9 Nürnb. Ell.	5 Par. Stab	
1 Par. Stab	9 Fr. Livres	
5 Fr. Livres	2 Gulden	
3 Gulden	2 Rthlr.	
x Rthlr.	12 Ell.	
24 :	336	14 Rthlr. das Gesuchte.

Anmerkung.

Wenn in den Exempeln der Kettenrechnung auf der Seite, wo x steht, alles aufgeht, und daher in das Product 1 kommt, so ist das bloße Product der andern Seite schon das Gesuchte. Z. B. 12 ℔ kosten 9 Rthlr. was 72 ℔?

1) 12 ℔	9 Rthlr.
x Rthlr.	72 ℔ 6)
1 :	9X6 = 54 Rthlr. das Gesuchte.

§. 105.

Man sieht aus dem vorhergehenden, wie bequem die Kettenrechnung die weitläuftigsten Regel de Tri Rechnungen abkürzt. Nur kommt alles darauf an, daß der Aufsatz richtig gemacht sey. Bey kleinen Aufgaben, die durch die einfache Regel de Tri aufgelöst werden können, würde es unnöthig seyn, die Kettenrechnung zu gebrauchen. Bey Vergleichung des Maaßes, oder Geldsorten, und also bey Wechselrechnungen zeigt sich aber erst ihr Nutzen recht deutlich.

Anmerkung.

Man kann sowohl bey den Exempeln der Regel de Tri, als der Kettenrechnung, **Proben machen** um zu sehn, ob man recht gerechnet habe. Hierbey ist aber zu merken, daß man bey diesen Rechnungen auf eine gedoppelte Art fehlen kann.

1) Man kann in dem Aufsatze der Rechnung,

2) in dem Calculo selbst geirrt haben. Daher ist das die sicherste **Probe**, daß man das Exempel umkehrt, und das gefundene Glied als ein gegebenes ansieht, alsdenn wiederum die Rechnung vornimmt, worauf eins der gegebenen, als das Gesuchte, heraus kommen muß, wenn man richtig gerechnet hat. Z. B.

3 Centn. kosten 7 Rthlr. was $4\frac{1}{2}$ Centn.? macht $10\frac{1}{2}$ Rthlr.

Um die Probe zu machen kehren wir das Exempel um und sagen:

$4\frac{1}{2}$ Centn. kosten $10\frac{1}{2}$ Rthlr. was 3 Centn.

$$4\tfrac{1}{2} \text{ Centn.} : 3 \text{ Centn.} = 10\tfrac{1}{2} \text{ Rthlr.} : x$$

$$\tfrac{9}{2} \qquad\qquad \tfrac{6}{2} \qquad\qquad \tfrac{21}{2}$$

```
     21 |
      6 |
--------|
9 : 126 | 14
   .9:  | -- Rthlr. macht 7 Rthlr.
        |  2
--------|
     36 | das Gesuchte, wie
     36 | oben gegeben wurde,
--------|
     00 |
```

folglich war das Exempel recht gerechnet.

Von dem leztern Exempel aus der Kettenrechnung würde die Probe so gemacht werden müssen:

```
         5 Par. Stäbe      |        9 Nürnb. Ell.
         7 Nürnb. Ell.     |      { 8 Leipz. Ell.
    24 { 12 Leipz. Ell.    |  24 {  14 Rthlr.
         2 Rthlr.          |      { 3 Gulden
         2 Gulden          |        5 Par. Livres
         x Livres          |        1 Par. Stab.
---------------------------------------------------
    14          :              126 | 9 Fr. Livres.
                                   | das Gesuchte.
```

Da hier nach der Voraussetzung, daß die vorhin gefundenen 14 Rthlr. die rechte gesuchte Größe wären das Exempel aufgesetzt und berechnet wurde, und die erste vorhin gegebene Größe 9 Fr. Livres ist, so folgt, daß man recht gerechnet habe.

Das achte Capitel.

Von der Ausziehung der Quadrat- und Cubik-Wurzel.

§. 106.

Eine jede Zahl für sich betrachtet, oder multiplicirt mit 1 steht in der ersten Dignität. Wird sie mit sich selbst multiplicirt, so steht sie in der zweyten Dignität. Wird die zweyte Dignität wieder mit der ersten multiplicirt, so steht sie in der dritten, wird die dritte mit der ersten multiplicirt, so steht sie in der vierten Dignität, u. s. w. Z. B. die Zahl 2.

2 X 1 = 2 erste Dignität.
2 X 2 = 4 zweyte Dignität.
4 X 2 = 8 dritte Dignität.
8 X 2 = 16 vierte Dignität.

Erste Anmerkung.

Die erste Dignität heißt immer die **Wurzel**. Z. B. Wenn 8 die dritte Dignität ist, so ist 2 die **Wurzel** von 8.

Zweyte Anmerkung.

Die zweyte Dignität heißt eine **Quadratzahl**, und die dritte eine **Cubikzahl**. Der Name ist aus der Geometrie hergenommen. Denn, wenn man die Seite eines Quadrats mit sich selbst multiplicirt, so erhält man den Inhalt des Quadrats, und wenn man das Quadrat wiederum mit der Seite multiplicirt, so erhält man den Inhalt des **Würfels**, oder Cubi.

§. 107.

Aus einer gegebenen Zahl die Quadratwurzel ziehen, heißt zu der gegebenen Zahl die erste Dignität, oder diejenige Zahl finden, die mit sich selbst multiplicirt, die gegebene Zahl giebt. Z. B. von der Quadratzahl 64 ist die Wurzel 8: denn 8 X 8 ist 64. Wenn ich also ausfindig mache, daß die Zahl, die mit sich selbst multiplicirt 64 giebt, die Zahl 8 sey, so habe ich aus 64 die Quadratwurzel gezogen.

§. 108.

Es giebt aber Quadratzahlen, zu denen ich keine vollkommne **Wurzel** finden kann, d. h. es findet sich keine ganze Zahl, die mit sich selbst multiplicirt, der gegebenen Quadratzahl völlig gleich wäre, solche nennt man, irrationelle, oder sonst unvollkommene **Quadratzahlen.** Z. B. zu der Zahl 8 finden wir keine vollkommene Wurzel, denn 2 X 2 ist 4 und 3 X 3 ist 9. Die Zahl 8 steckt aber zwischen 4 und 9, und 2 ist als Wurzel zu wenig; 3 hingegen ist zu viel. Man nimmt indessen in solchen Fällen die kleinste Wurzel als Wurzel an, und sagt die Quadratwurzel von 8 ist 2, sucht aber durch an die 2 noch angehängte Decimalbrüche der wahren Wurzel von 9 so nahe, als möglich, zu kommen. Das heißt denn, durch **Näherung die Wurzel suchen.**

Anmer-

Anmerkung.

Eine Wurzel drückt man durch das Zeichen $\sqrt{\ }$ (eigentliche r) aus, und wenn es die Quadratwurzel bezeichnen soll, steht es entweder blos $\sqrt{\ }$, oder $\sqrt{\ }^2$, weil das Quadrat die zweyte Dignität ist.

§. 109.

Aus kleinen vollkommenen Quadratzahlen kann man die Wurzeln vermittelst des Einmahl Eins im Kopfe ausziehen. Z. B. von 100 ist $\sqrt{\ }^2 \doteq 10$; von 81 ist sie 9, von 64 ist sie 8, u. s. w.; allein wenn die Quadratzahlen aus mehr als zwey Zahlen bestehen, so muß es vermittelst einer besondern Verrichtung geschehen, welches man das **Ausziehen der Quadratwurzel** nennt.

§. 110.

Man zieht alsdenn die Wurzeln nicht auf einmahl, sondern nach **einzelnen Zahlen**, oder einzelnen **Theilen** heraus. Und hierbey geht man folgendergestalt zu Werke.

Erster Fall. Wenn aus einer Quadratzahl die aus **weniger**, als fünf **Zahlen** besteht, die Wurzel soll gezogen werden.

1) Man theile die gegebene Quadratzahl in Classen von der rechten nach der linken Hand, indem man jeder Classe **zwey Zahlen** giebt. Die erste Classe zur Linken kann auch aus einer Zahl bestehen, diese nennt man immer die erste.

erste. Hinter der Quadratzahl mache man einen Strich, oder setze das Zeichen $\sqrt{}_2$, oder blos $\sqrt{}$.

2) Man ziehe aus der ersten Classe die nächste Wurzel und schreibe sie hinter den Strich, als den ersten Theil der Wurzel.

3) Man mache diesen Theil der Wurzel zum Quadrat, setze dieses Quadrat unter die erste Classe, mache einen Strich, und ziehe es von derselben ab.

4) Der Rest kommt unter den Strich und zu dem Reste wird ferner die zweyte Classe der gegebenen Quadratzahl herunter gesezt.

5) Nun nehme ich den ersten Theil der Wurzel doppelt und setze dieses Product unter den Rest (Nro. 4.) und die zweyte Classe dergestalt, daß die lezte Zahl des Products unter die erste Zahl der zweyten Classe zu stehen kommt.

6) Hierauf dividirt man mit diesem Producte in die gerade über demselben stehende Zahl und schreibt den Quotienten zu dem ersten Theil der Wurzel, als den zweyten; zugleich sezt man ihn aber auch bey dem vorigen Divisor rechter Hand in den leeren Platz hin.

7) Man multiplicirt mit dem zweyten Theile der Wurzel den vorhin gedachten Divisor Nro. 5 und die bey ihm stehende Zahl (Nro. 6), das Product darunter, und macht einen Strich.

8) Die

8) Dieses leztere Product zieht man von Nro. 4 ab. Geht alles auf, so ist die gefundene Wurzel eine vollkommene Quadratwurzel und die Quadratzahl eine vollkommene Quadratzahl. Bleibt etwas übrig, so ist die Quadratzahl unvollkommen. Kann ich aber Nro. 8. von der Summe Nro. 4 nicht abziehn, weil sie größer ist, als Nro. 4, so habe ich bey Nro. 6 unrichtig dividirt, und der zweyte Theil der Wurzel ist zu groß angenommen. Ist dieser Theil zu klein angenommen, so bleibt auch etwas übrig.

Beyspiel. Aus der Zahl 529 soll die Quadratwurzel gezogen werden.

			2
Nro. 1.	5 | 29	√	23
Nro. 3.	4		
Nro. 4.	1 29	Nro. 4.	
Nro. 5.	(43)		
Nro. 7.	1 29		
	0 00		

Erläuterung.

529, nach Nro. 1 in Classen abgetheilt, giebt 5 zur ersten und 29 zur andern Classe.

Nach Nro. 2. Aus der ersten Classe ist 2 die nächste Wurzel; denn 2 X 2 ist 4, das nächste Quadrat zu 5, weil 3 X 3 = 9 mehr als 5 und also 3 in der Wurzel zu viel ist. Diese 2 kommt also zu dem √ Zeichen und ist der erste Theil der zu suchenden Wurzel.

Nach

Nach Nro. 3. 2 zum Quadrat gemacht ist 4, die 4 unter die erste Classe gesezt, davon abgezogen, giebt Rest 1.

Nach Nro. 4. Der Rest 1 unter die 4, dazu kömmt die zweyte Classe. (Man schreibt aber die neue Classe stets so, daß zwischen ihrer ersten Zahl und dem Reste etwas mehr Raum, als zwischen den andern Zahlen bleibt. Dies hat seinen Nutzen bey der Uebersicht des Exempels).

Nach Nro. 5. Der erste Theil der Wurzel doppelt ist 4. Diese 4 kommt unter Nro. 4; und zwar so, daß sie unter die erste der folgenden Classe, hier 2 gesezt wird.

Nach Nro. 6. Mit 4 dividirt in die darüber stehende 12, giebt zum Quotienten 3. Diese 3 ist der zweyte Theil der Wurzel, und wird zu dem ersten gesezt, doch aber auch gleich mit in den leeren Platz bey der 4. (Man pflegt diesen Divisor und den dazu gesezten zweyten Theil der Wurzel in () einzuschließen.

Nach Nro. 7. Mit 3 wird nun 43 multiplicirt, das Product 129 kommt gerade darunter. Hier läßt es sich von Nro. 4 so abziehn, daß nichts übrig bleibt.

Demnach ist 23 die vollkommene Quadratwurzel.

Anmerkung.

Wäre bey Nro. 4 kein Rest, so kommt Null hin, und die zweyte Classe doch dazu. Alles bleibt in der vorigen Ordnung. Könnte ich mit 4 (Nro. 6) in die darüber stehende Zahl nicht dividiren, so wird der zweyte Theil der Wurzel 0. In der Folge davon ein Beyspiel.

§. 111.

§. 111.

Aus 7921 soll die Quadratwurzel gezogen werden?

```
79|21 √²89
64|
――――――――――――
15 21
(1 69)
15 21
――――――――――――
00 00
```

Aus 484.

```
4|84 √²22
4'
――――――――――
0 84
(42)
84
――――――――――
00
```

Aus 906.

```
9|06 √²30
9|
――――――――
0 06
(60)
000
――――――――
006
```

Die $\sqrt{}^2$ ist 30 und bleibet 6 übrig, zum Beweise, daß 906 keine vollkommne Quadratzahl ist.

§ 112.

Zweyter Fall. Wenn aus einer Quadratzahl, die aus mehr, als 4 Zahlen besteht, die Wurzel gezogen werden soll.

1) Die Abtheilung geschieht in Classen, wie vorhin.

2) Verfahre ich nach Nro. 2 bis 8. §. 110.

3) Zu dem übrigbleibenden Rest (bey Nro. 8.) kommt die dritte Classe herunter.

4) Nun nehme ich den ersten und zweyten Theil der Wurzel zusammen, verdoppele ihn, setze ihn unter Nro. 3 (diese Nro. 3 ist von diesem 112 §. zu verstehn) doch stets so, daß die lezte Zahl des Products unter die erste der dritten Classe kommt.

5) So fahre ich fort, wie oben §. 110.

6) Ist eine vierte Classe vorhanden, so kommt sie eben so zum Reste herunter, wie hier *Nro. 3.* Alsdenn wird aber der erste, zweyte und dritte Theil der Wurzel zusammengenommen, verdoppelt und zum Divisor genommen, u. s. w.

Erste Anmerkung.

Jedesmahl, wenn eine neue Classe herunter kommt, so werden die sämtlichen vorhandenen Theile der Wurzel als eine Zahl zusammengenommen verdoppelt und so zum neuen Divisor gemacht.

Exempel. Aus 54756 soll die Quadratwurzel gezogen werden.

5|47|56 $\sqrt[2]{\ }$ 234.
4|
1 47
(43)
1 29
* 1856
(464)
1856
0000

Zweyte Anmerkung.

Hier ward bis * nach den §. 110. gelehrten Art verfahren. Zu dem Rest 18 kam die dritte Classe 56 herab. Nun ward (nach Nro. 4 des vorigen §.) der neue Divisor gesucht, indem 23, als die beyden ersten Theile der Wurzel verdoppelt wurden, gleich 46, und so ward mit 4 in 18 dividirt, Quot. = 4. Dies ist der dritte Theil der Wurzel. Nun kam 4 zu den 46 hinunter, darauf ward 464 mit 4 multiplicirt, und das Product 1856 kam darunter, welches sich von den darüber stehenden 1856 ohne Rest abziehen läßt, zum Beweise, daß die Quadratzahl und Wurzel vollkommen sey.

Aus 5480281 die Wurzel:

```
 5|48|02|81 √ 2341.
 4|  |
 ------
 1 48
  (43)
 1 29
 -------
   19 02
   (4 64)
   18 56
 -------------
      46 81 *
    (46 81)
      46 81
 -------------
      00 00
```

* 81, die 4te Classe kommt hier herunter. Nun wird, um den neuen Divisor zu finden 234 verdoppelt und so hingesezt, daß die lezte Zahl 8 unter die erste der neuen 4ten Classe 8 kam, u. s. w.

Aus 760384.

```
 76|03|84 √ 872
 64|  |
 ------
 12 03
 (1 67)
 11 69
 -------------
    34 84
  (17 42)
    34 84
 -------------
    00 00
```

Aus 39875.

```
      2
3|98|75√ 199
1|  |
――――――
2 98
 (29
2 61
――――――――――
  37 75
  (3 89)
  35 01
――――――――――
   2 74
```

Die Quadratwurzel 199 ist hier unvollkommen: denn 274 bleiben übrig.

§ 113.

Bey einer **irrationellen Quadratzahl** kann man noch aus dem Reste einen Theil der Wurzel in Decimal-Brüchen erhalten. Dies geschieht, indem an den Rest zwey Nullen gehängt werden. Alsdenn werden die zwey **Nullen** als eine neue **Classe** angesehn und weiter völlig nach dem vorigen Paragraphen behandelt. Was heraus kommt sind in der Wurzel **zehen Theile**, und werden auch als Decimal-Brüche geschrieben. An den noch übrig bleibenden Rest kann man wieder zwey **Nullen** hängen, und, wie vorhin, fortfahren, so erhält man in der Wurzel **Hunderttheile**, und wenn an den abermahligen Rest noch zwey **Nullen** kommen, so bekommt die Wurzel **Tausendtheile** u. s. w. Man wird aber nie zu einer sol-

chen

chen Zahl eine vollkommene Wurzel finden; es bleibt stets ein Rest übrig, wie wohl derselbe immer kleiner wird. Dies nennt man eine Wurzel durch Näherung suchen, weil man sich der wahren Wurzel immer mehr nähert, ohne sie jedoch ganz zu erreichen.

Beyspiel. Aus 218 soll die Quadratwurzel gezogen werden.

```
          2
2|18 √ 14, 76
1|
------
1 18
 (24)
  96
------
  22*00
 (287)
   2009
------
    191**00
     (2946)
      17676
------
     ***1424
```

*) Hier sind 22 Rest, man hängt also 2 Nullen an, und weil die 7 die nun noch in die Wurzel kommt nur $\frac{7}{10}$ ist, so wird nach der 4 das Comma der Decimal-Brüche gesezt.

**) $\frac{191}{100}$ sind hier Rest $= 1\frac{91}{100}$. Nun kommen noch 2 Nullen daran, daher die daraus kommenden Theile der Wurzel Hundertel werden.

*** $\frac{1424}{10000}$ Rest, welches bey weitem kein Ganzes mehr ist.

Erste Anmerkung.

Da zuerst 22 ganze Einheiten, nach Anhängung der 2 ersten Nullen $1\frac{91}{100}$ und zulezt noch $\frac{1424}{10000}$ übrig blieben, so sieht man, daß man der Wurzel immer näher komme; doch wird stets noch ein Rest bleiben.

Zweyte Anmerkung.

Die Wurzel ist also 14, 76, oder $14\frac{76}{100}$. Will man sie noch weiter suchen, so kann man an den Rest noch zwey Nullen anhängen, so wird man noch in der Wurzel einige Tausendtheile erhalten.

Dritte Anmerkung.

Die Probe bey allen Exempeln der Ausziehung der Quadratwurzeln macht man, indem man die gefundene Wurzel mit sich selbst multiplicirt, oder in die zweyte Dignität erhebt. Alsdenn muß bey einer vollkommenen Wurzel die Quadratzahl wieder herauskommen. Geschieht das nicht, so hat man im Rechnen gefehlt. Bleibt aber ein Rest übrig, so muß man, nachdem die gefundene Wurzel mit sich selbst multiplicirt worden ist, noch den Rest dazu addiren. Alsdenn kommt, wenn richtig gerechnet ist, die völlige Quadratzahl wieder heraus. Hat man die Wurzel durch Näherung gesucht, so multiplicire man sie, wie sie da steht mit sich selbst, (und behandele die Decimal-Brüche als ganze Zahlen) addire den Rest, so kommt bey richtiger Rechnung die Quadratzahl mit den angehängten Nullen heraus. Z. B. im vorigen Exempel:

```
 2
√ 14,76
  14,76
 -------
   8856
 10332
  5904
1476
 ---------
 2178576
     1424
 ---------
 218,0000
```

Die herausgebrachte Quadratzahl 218 mit den nach und nach angehängten vier Nullen zeigt an, daß man richtig gerechnet habe.

§. 114.

Zu der Ausziehung der Cubikwurzeln hat man folgende Tafel nöthig, worinn die Quadrat- und Cubikzahlen der Wurzeln von 1 bis 10 enthalten sind.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Wurzeln.
1	4	9	16	25	36	49	64	81	Quadratzahlen.
1	8	27	64	125	216	343	512	729	Cubikzahlen.

Bey der Ausziehung der Wurzel selbst kann man ebenfalls auf zwey Fälle Rücksicht nehmen.

Erster Fall. Wenn die Cubikzahl aus weniger, als sieben Zahlen, besteht.

1) Theilet die gegebene Cubikzahl in Classen von der rechten zur linken Hand, und gebt jeder Classe drey Zahlen. In der ersten zur linken können zwey, auch eine stehn. Diese Classe heißt auch die erste. Hinter der Zahl setzet einen Strich oder das Zeichen der Cubikwurzel $\sqrt[3]{}$

2) Suchet von der ersten Classe in der Tafel die nächste Wurzel. Schreibt sie neben dem Zeichen, als den ersten Theil der Wurzel hin, macht sie zur Cubikzahl, und zieht von der ersten Classe ab.

3) Zu dem Rest bringt die folgende Classe herunter.

4) Machet den ersten Theil der Wurzel zum Quadrat, nehmt dieses dreymahl, und sezt dieses Product unter Nro. 3, doch so, daß die lezte Zahl des gemachten Products unter die erste der neuen Classe kommt, und macht darunter einen Strich.

5) Dividirt mit diesem Producte, als einem Divisor, in die darüber stehende Zahl. Der Quotient wird der andere Theil der Wurzel.

6) Mit diesem zweyten Theile der Wurzel multiplicirt das vorige Product und sezt das daraus entstehende neue Product gerade unter dasselbe.

7) Macht den andern Theil der Wurzel zum Quadrat, multiplicirt ihn mit dem ersten

Thei-

Theile, und das Product abermahls mit 3. Sezt das entstehende Product unter das vorige, so, daß die lezte Zifer desselben rechter Hand über dasselbe um eine Zifer hinaus steht.

8) Macht den andern Theil der Wurzel zur Cubikzahl, und schreibt ihn unter Nro. 7, doch so, daß er noch um eine Zifer weiter als Nro. 7 rechts heraus komme, und macht darunter einen Strich.

9) Addirt Nro. 6, 7, 8 zusammen, schreibt die Summe unter Nro. 8 und ziehet sie von Nro. 3 ab, so muß sie davon aufgehen, wenn die Cubikzahl eine vollkommene ist, und man recht gerechnet hat.

Exempel. Aus 13824 die Cubikwurzel.

Nro. 1.	13	824	$\sqrt[3]{\ }$ 24
Nro. 2.	8		
Nro. 2.	5 824	..	Nro. 3.
Nro. 4.	(12)		.
Nro. 6.	48		:
Nro. 7.	96		:
Nro. 8.	64		:
Nro. 9.	5 824	..	:
	0 000		

Erläuterung dieses Exempels.

Nro. 1 ist leicht.

Nach *Nro.* 2. Die nächste Cubikzahl zu 13 ist nach der Tafel 8 (denn 27 ist zu viel). Von 8

ist die Wurzel 2. Nach *Nro.* 3. Zum Rest 5 kommt die zweyte Classe 824 herab. Nach *Nro.* 4. 2 als der erste Theil der Wurzel zum Quadrat gemacht ist 4, diese dreymahl genommen ist 12. Die lezte Zifer von 12, als 2 muß unter die erste der folgenden Classe, hier 8, stehen. (Der Raum zwischen 5 und 8 wird mit Fleis etwas weiter gemacht). Nach *Nro.* 5. 5, 12 in 58 viermahl. Die 4 ist der zweyte Theil der Wurzel. Nach *Nro.* 6. 12 mit 4 multiplicirt giebt 48, gerade unter 58 gesezt, d. h. die lezte Zifer 8 muß gerade unter die lezte 2 stehn, die andern rangiren sich hernach linker Hand von selbst. Nach *Nro.* 7. Der zweyte Theil 4 zum Quadrat ist 16, mit dem ersten multiplicirt 16 X 2 ist 32 und dieses Product dreymahl genommen 32 X 3 ist 96. Dieses Product kommt nun eine Zifer rechts hervor, folglich die 6 um eine Stelle über die 8 hinaus, u. s. w.

Aus 35937 die Cubikwurzel.

```
35|937 ∛ 33.
27|
------------
:..8937
: (27): :
------------
:  81 : :
:    81 :
:     27
------------
:..89 37
------------
  00 00
```

Aus 970299 die Cubikwurzel.

```
970|299 ∛ 99.
729|
-----------
241 299
(24 3)::
-----------
218 7 ::
 21 87 :
    729
-----------
241 299
-----------
000 000
```

Aus 23845.

```
23|845 ∛ 28.
 8|
-----------
15 845
(1 2)::
-----------
 9 6 ::
 3 84 :
   512
-----------
13 952
-----------
 1 893
```

Hier ist $\sqrt[3]{} = 28$; aber der Rest 1893 zeigt an, daß die Cubikzahl nicht vollkommen sey.

§. 115.

Zweyter Fall. Besteht die Cubikzahl aus mehr, als sechs Zahlen, so beobachtet folgendes:

1) Suchet die beyden ersten Theile der Wurzel nach dem vorigen §. Nro. 1. — 9. zu dem bey Nro. 9 übrig bleibenden Reste kommt die dritte Classe herunter.

2) Suchet den neuen Divisor, indem ihr die beyden gefundenen Theile der Wurzel nun als einen einzigen Theil anseht, ihn zum Quadrate machet, und dieses dreymahl nehmt; dieses Product sezt wiederum so, daß die lezte Zahl desselben unter die erste der folgenden Classe kommt.

3) Dividiret nun in die darüber stehende Zahl, so ist der Quotient der dritte Theil der Wurzel.

4) Nun fahret ihr fort, wie im vorigen §., doch so, daß, was vorhin mit dem ersten Theile der Wurzel geschah, jezt mit dem ersten und andern vorgenommen wird.

5) Bey jeder neuen Classe werden die schon vorhandenen Theile der Wurzel als ein Theil angesehen, und mit ihnen wird alles das vorgenommen, was anfänglich mit der ersten Zahl verrichtet ward.

Exempel. Aus 47437928 die Cubikwurzel.

```
              3
47|437|928 √ 362.
27|   |
----------------
20 437
 2 7::
----------------
16 2::
 3 24:
   216
----------------
1 9656
----------------
   781 928
 * 388 8::
----------------
   777 6::
  ** 4 32:
          8
----------------
   781 928
----------------
   000 000
```

* Dieser neue Divisor ward gefunden, indem die beyden vorhandenen Theile der Wurzel 3 und 6, als ein Theil, oder eine Zahl, gleich 36 angesehn, und diese zum Quadrat gemacht wurde 36X36=1296. Dieses ward dreymahl genommen, machte 3888.

** Hier ward der neue Theil der Wurzel 2 mit dem ersten, nemlich 36 multiplicirt, und das Product dreymahl genommen macht 432.

In Ansehung des Herausrückens der drey zu addirenden Sätze wird eben das betrachtet, was §. 114. Nro. 7. 8. gesagt ist.

Aus

Aus 4741632 die Cubikwurzel.

```
  4|741|632 ∛ 168.
. 1
 ----------------
  3 741
    3::
 ----------------
  1 8::
  1 08:
    216
 ----------------
  3 096
 ----------------
    645 632
     76 8::
 ----------------
    614 4::
     30 72:
        512
 ----------------
    645 632
 ----------------
    000 000
```

§. 116.

Bey unvollkommenen Cubikzahlen sucht man die Wurzel, wie bey Quadratzahlen, durch Näherung zu erhalten, indem man an den Rest drey Nullen hängt, und nun als mit einer neuen Classe fortfährt. Der heraus gebrachte Theil der Wurzel enthält dann wiederum zehen Theile; an den neuen Rest hängt man wieder drey Nullen, und bekommt daraus in der Wurzel Hunderttheile. Man schreibt sie auch als Decimal=Brüche zur Wurzel. Z. B.

Aus 1788 soll die Cubikwurzel gezogen werden.

```
                3
  1 |788 √ 12,13
  1 |
  ________________
  0 788
    3::
  ________________
    6::
   12:
    8
  ________________
   728
  ________________
  *60 000
   43 2
  ________________
   43 2::
      36:
        1
  ________________
     43561
  ______________________
 **16439 000
    4392 3::
  ______________________
   13176 9::
      32 67:
            27
  ______________________
   13209597
  ______________________
    3229403
```

Die Cubikwurzel von 1788 war 12 und 60 * blieb übrig.

Dadurch, daß drey Nullen, als eine neue Classe an den Rest gehängt, und als eine solche behandelt wurden, bekommen wir noch $\frac{1}{10}$ in die Wurzel und es blieb ** $\frac{16439}{1000}$ oder $16\frac{439}{1000}$ übrig.

Durch

Durch weitere Anhängung von drey Nullen kamen noch für die Wurzel $\frac{3}{100}$ heraus und es blieben $\frac{3229403}{1000000}$, oder $3\frac{229403}{1000000}$ übrig. Hieraus sieht man, daß man auch hier durch die Näherung 1) für die Wurzel noch immer etwas in Decimal-Brüchen heraus bekommt, jedoch immer kleinere Theile, je länger man die Rechnung fortsezt. 2) Daß der Rest immer kleiner wird. 3) Daß aber immer etwas übrig bleibt, wenn man auch die Rechnung ins Unendliche fortsetzen wollte.

Anmerkung.

Die Probe macht man, indem man die gefundene Wurzel zur dritten Dignität erhebt, d. h. die Wurzel mit sich selbst, und das herauskommende Product noch einmahl mit der Wurzel multiplicirt. Ist das Exempel richtig gerechnet, und die Cubikzahl eine vollkommene, so kommt die Cubikzahl völlig wieder heraus, und es bleibt nichts übrig. Ist es eine unvollkommene, so muß der Rest zu der Probe addirt werden. Alsdenn muß die Cubikzahl heraus kommen. Hat man die Wurzel durch Näherung gesucht, so erhebt man die ganze gefundene Wurzel (indem man den Bruch als eine zu dem Ganzen gehörende **ganze Zahl** betrachtet,) in die dritte Dignität, so müssen die sämtlichen hinzugefügten Nullen mit der Cubikzahl heraus kommen. Z. B. Von dem leztern Exempel die Probe.

$\sqrt[3]{} = 12,13$

```
     12,13
    ------
      3639
     1213
    2426
   1213
   -------
   1471369 = Quadrat
      1213
   -------
   4414107
  1471369
 2942738
1471369
----------
1784770597   Cubik-Zahl ohne Rest.
   3229403   Den Rest dazu addirt.
----------
1787,000,000 Die herausgekommene Cubik-
```

1,000000 Zahl 1787 mit den sechs angehängten Nullen zeigt, daß man richtig gerechnet habe.

Das neunte Capitel.

Von den Progreßionen.

§. 117.

Wenn Zahlen in einem arithmetischen, oder geometrischen Verhältnisse fortgehn, so nennt man diese Reihe eine arithmetische, oder geometrische Progreßion. So wäre

3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19 eine arithmetische Progreßion, indem alle diese Zahlen, welche hier Glieder der Progreßion heißen, einerley Differenz, nämlich 2 haben. Dagegen ist

3. 6. 12. 24. 48. 96. 192. 384.

eine geometrische Progreßion, weil alle Glieder einerley Exponenten nämltch 2 haben.

§ 118.

Ist das erste Glied kleiner, als das zweyte, so heißt die Progreßion eine aufsteigende, als 3. 6. 12 u. s. w.; ist es aber größer, so ist eine fallende als 8. 4. 2.

§. 119.

Das Wesen einer Progreßion wird durch das erste Glied und die Differenz, oder den Exponenten bestimmt. Zu der Größe derselben gehört noch die Zahl der Glieder,

§. 120.

Einige wenige Aufgaben.

Man soll in einer arithmetischen Progreßion aus dem ersten Gliede und der Differenz ein verlangtes Glied finden.

I) In der steigenden Progreßion.

1) Von der Zahl des gegebenen Gliedes ziehet Eins ab.

2)

2) Multiplicirt den Rest mit der Differenz.

3) Addirt dazu das erste Glied. Die Summe ist das verlangte Glied.

Exempel. Das erste Glied wäre 2, die Differenz 3. Es soll das siebente Glied gefunden werden.

1) Von der Zahl des Gliedes 7 Eins abgezogen, bleibt 6.

2) Diesen Rest multiplicirt mit der Differenz, oder 6 multiplicirt mit 3, macht 18.

3) Dazu das erste Glied addirt 18 + 2 macht 20, welches das verlangte 7te Glied ist: denn

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
2.	5.	8.	11.	14.	17.	20.

II) In der fallenden Progreßion,

1, und 2, bleibt wie vorhin.

3) Das durch Nro. 2 erhaltene Product ziehet von dem ersten Gliede ab. Der Rest ist das verlangte Glied. Z. B. Das erste Glied ist 26, die Differenz 4, das sechste Glied soll gesucht werden.

1) 6 — 1 = 5.

2) 5 × 4 = 20.

3) Vom ersten Gliede, das aus Nro. 2 erhaltene abgezogen, hier von 26, 20 abgezogen, bleibt 6, welches das verlangte sechste Glied ist: denn

1.	2.	3.	4.	5.	6.
26.	22.	18.	14.	10.	6.

Exempel. Es soll ein Brunnen 60 Fuß tief gegraben werden: den ersten Fuß zu graben kostet 2 Kreuzer, für jeden folgenden Fuß werden 3 Kreuzer mehr gegeben: Was kostet der 60ste Fuß?

60 Kr.
1
———
59 Kr.
3 Differ.
———
177
2 erste Gl.
———
179 Kreuzer kostet der sechzigste Fuß.

Unter 20 Personen soll Geld ausgetheilt werden, der, welcher am meisten bekommt, soll 180 Rthlr. erhalten, jeder aber 8 Rthlr. weniger als der andere; wie viel wird der zwanzigste, der am wenigsten bekommen soll, empfangen?

20 — 180 Rthlr.
1 — 152
——— ———
19 — 28 Rthlr. bekömmt der zwanzigste.
8
———
152

§ 121.

Zweyter Fall. Aus dem ersten und lezten Gliede und der Zahl der Glieder, soll die Summe der Glieder gefunden werden.

1) Addirt das erste und lezte Glied.

2) Die gegebene Summe der Glieder nehmet zur Hälfte, oder halbirt sie.

3) Multiplicirt damit die Nro. 1 erhaltene Summe. Das Product ist die Summe der sämtlichen Glieder der Progreßion. Z. B. Es wäre das erste Glied 2, das lezte 14. Die Zahl der Glieder 5, die Differenz 3.

1) Das erste und lezte Glied addirt ist 19.

2) Die Hälfte der Zahl der Glieder ist 3.

3) Diese mit 19 multiplicirt ist 57.

Die Progreßion war 2. 5. 8. 11. 14. 17. Diese sämtlichen Glieder addirt geben auch wirklich 57.

Wenn unter 20 Personen Geld dergestalt ausgetheilt wird, daß der erste 28 Rthlr. und der lezte 180 Rthlr. erhält, wie viel bekommen alle 20 Personen zusammen?

28 Rthlr.
180 Rthlr.
208 Rthlr.
10 (Die halbe Summe der Glieder.)
2080. so viel erhalten sie zusammen.

Anmerkung.

Ist das erste Glied, die Differenz und die Zahl der Glieder gegeben, so kann ich die vorige Aufgabe auflösen, wenn ich erst nach der ersten das lezte Glied suche und denn nach der vorigen fortfahre. Z. B.

Ein Brunnen wird 60 Fuß tief gegraben, der erste kostet zu graben 2 Kreuzer, jeder der folgenden 3 Kreuzer

zer mehr, als der vorhergehende. Wie viel kostet der ganze Brunnen zu graben?

Hier suchet 1, nach §. 120, wie viel der sechzigste Fuß kostet, nämlich 179 Kreuzer, denn 2) wenn ihr auf diese Art das lezte Glied gefunden habt, so suchet nach der vorigen Aufgabe die Summe.

179 Kr.
2

181 Kr.
30 Fuß (Hälfte der Summe der Glieder.)

5430 Kreuzer kostet der ganze Brunnen zu graben.

§. 122.

Dritter Fall. Aus dem ersten und lezten Gliede und der Zahl der Glieder soll die Differenz gefunden werden.

1) Ziehet das erste von dem lezten Gliede (in der fallenden Progreßion das lezte von dem ersten) ab.

2) Von der Zahl der Glieder ziehet Eins ab.

3) Dividirt diese beyden Reste in einander. Der Quotient ist die Differenz.

Exempel Das erste Glied ist 2. Das lezte 20. Die Zahl der Glieder 7. Welches ist die Differenz?

1) Das erste Glied abgezogen von dem lezten, 20 — 2 macht 18.

2) Die Zahl der Glieder weniger Eins 7 — 1 = 6.

3) Die Reste in einander dividirt, 6 in 18, 3 mahl. 3 ist die Differenz.

Wenn 2 das erste und 20 das lezte Glied, die Zahl der Glieder 7 war, so konnte die Progreßion keine andere als diese,

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
2.	5.	8.	11	14.	17.	20.

und die Differenz keine andere als 3 seyn.

§. 123.

Vierter Fall. Aus dem lezten Gliede der Differenz, und der Zahl der Glieder das erste zu finden.

1) Von der Zahl der Glieder ziehet Eins ab.

2) Multiplicirt den Rest mit der Differenz.

3) Zieht dieses Product von dem lezten Gliede ab, so giebt der Rest das erste Glied.

Exempel. Das lezte Glied ist 17. Die Differenz 3. Die Zahl der Glieder ist 6. Welches ist das erste Glied?

1) $6 - 1 = 5$

2) $\underline{\quad 3}$
   15

3) $17 - 15 = 2$. Dieses ist das erste Glied.

Anmerkung.

Ist die Progreßion eine fallende, so bleibt Nro. 1, und 2, nur muß ich Nro. 3, zu dem Producte des lezten Gliedes addiren.

Wenn der lezte von 30 Unterthanen 90 Groschen giebt, und die andern ein jeder immer 4 ggr. weniger, als der nach ihm folgende, wie viel wird der erste erlegen?

30	—	1	=	29
				4
				116
				90
				26 ggr. der erste.

§. 124.

Eben diese Fälle finden auch bey den geometrischen Progreßionen statt.

Erster Fall. Aus dem ersten Gliede, den Exponenten und der Zahl der Glieder, das lezte zu finden.

1) Schreibt euch eine Reihe von einigen wenigen Gliedern derjenigen geometrischen Progreßion, von welcher ihr das erste Glied und die Differenz habt, nieder, und bezeichnet die Glieder dergestalt, das ihr über das erste 0, über das zweyte 1, u. s. w. sezet.

2) Ziehet von der Zahl der Glieder Eins ab.

3) Zerleget diese Zahl des zu suchenden Gliedes in solche kleinere Zahlen, aus welchen es durch die Addition zusammengesezt werden kann.

4) Diese einzelnen Glieder suchet unter den über die kleine entworfene Progreßion (Nro 1) gesezten Zahlen auf, und nehmet die darunter stehenden Progreßionszahlen und multiplicirt sie.

5) Das Product dividirt durch das erste Glied. Der Quotient ist das gesuchte lezte Glied der ganzen Progreßion.

Exempel. Das erste Glied wäre 2, der Exponent 4, man soll das achte Glied suchen.

0. 1. 2. 3. 4.
1) Anfang der Progreßion 2 : 8 32 : 128 : 512:
2) Das achte Glied weniger 1 ist 7.
3) Die Zahl 7 kann in 4 + 3 zerlegt werden.
4) In der kleinen entworfenen Progreßion finde ich unter der Zahl 4 die Zahl 512 und unter 3 steht 128. Beydes mit einander multiplicirt, giebt 65536.
5) Dieses Product durch das erste Glied dividirt, oder 65536 : 2 giebt 32768, welches das gesuchte achte Glied ist.

Wenn ich die Progreßion hier fortsezte, so erhalte ich eben diese Zahl.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.
2 : 8 : 32 : 128 : 512 : 2048 : 8192 : 32768.

Anmerkung.

So oft ich bey größern Exempeln zwey Glieder mit einander multiplicire, muß ich jedesmahl durch das erste Glied das Product dividiren.

Exempel. Ein Pferd soll mit 2 Hufeisen beschlagen seyn. Zu einem Eisen gehören 8 Nägel. Wenn ich nun für einen Nagel einen Groschen, und für jeden folgenden noch einmahl so viel als für den vorhergehenden erhalte, würde wohl der 16te Nagel so viel betragen, als das Pferd werth wäre?

Das erste Glied = 1 Groschen.
Der Exponent = 2
Die Zahl der Glieder 16, folglich der Anfang der

	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.
Progreßion	1 :	2 :	4 :	8 :	16 :	32 :	64.

1) $6 + 6 = 12 = 64 \times 64 = 4096 : 1 = 4096$.
2) $12 + 3 = 15 = 4096 \times 8 = 32768$ Groschen, macht $1365\frac{1}{3}$ Rthlr. so viel würde der sechzehnte Nagel kosten.

Exempel. Ein Hausherr hat 20 Dienstleute. Er macht sich anheischig dem geringsten unter ihnen für eine gewisse Arbeit zwey Pfennige zu geben, und dem folgenden noch einmahl so viel; wie viel wird der oberste unter ihnen, oder der zwanzigste erhalten.

Erstes Glied = 2
Exponent = 2
Zahl der Glieder = 20 Progreßion

0.	1.	2.	3.	4.
2 :	4 :	8 :	16 :	32

$20 - 1 = 19$.
$19 = 8\ (4 + 4) + 8 + 3$.

1) $4 + 4 = 32 \times 32 = 1024 : 2 = 512$
2) $8 \times 8 = 512 \times 512 = 131072$.
3) $16 \times 3 = 131072 \times 16 = 2097152 : 2 = 1048576$ Pfennige, so viel erhält der zwanzigste, macht 3640 Rthlr. 21 ggr. 4 pf.

§. 125.

Zweyter Fall. Bey der steigenden geometrischen Progreßion soll man aus dem ersten Gliede den Exponenten und die Zahl der Glieder ihre Summe finden.

1)

1) Suchet das lezte Glied. §. 124.
2) Ziehet davon das erste Glied ab.
3) Subtrahirt von den Exponenten 1 und dividirt mit dem Reste Nro. 2.
4) Addirt zu dem Quotienten das lezte Glied, die Summe ist die Summe der Glieder.

Exempel. Das erste Glied wäre 2, der Exponent 4, die Summe der Glieder 8. Wie viel ist die Summe aller Glieder?

1) Das lezte Glied ist = 32768.
2) Davon das erste abgezogen = 2

32766

3) Der Exponent weniger 1 ist 3, damit in 32766 dividirt, giebt 10922.
4) Dazu das lezte Glied addirt = 43690, welches die Summe der Glieder ist.

Exempel. Ein Kaufmann A spielt mit einem Kaufmann B auf einem Billard. B sagt bey dem Anfange des Spiels, daß die erste Partie 4 ggr., die zweyte noch einmahl so viel, und so fort gelten solle. A bildet sich ein, daß dieses eine arithmetische Progreßion, deren Differenz 4 ggr. wäre, seyn solle. Allein nach dem Ausdrucke und der Meinung des B ist es eine geometrische, deren erstes Glied 4 ggr., der Exponent aber 2 ist. Nun verliehrt A 12 Partien hinter einander, wie viel muß er an B bezahlen?

1) Das lezte Glied ist 2048 Sechstelstücke eines Thalers, oder 8192 ggr.
2) Davon das erste Glied abgezogen bleibt 8188.

3) Der Exponent weniger 1 ist 1 dividirt in 8188 ist 8188.
4) Dazu das lezte Glied addirt = 17380 ggr. macht 724 Rthlr. 4 ggr. So viel muß A an B bezahlen.

Exempel. Der Perser Eben Dabir soll das Schachspiel erfunden und von dem Könige Schavamo es sich zur Belohnung ausgebeten haben, daß ihm auf das erste Viereck im Schachbrette ein Gerstenkorn, auf das zweyte noch einmahl so viel und so ferner nach einer geometrischen Progreßion gelegt würden. Es giebt auf dem Schachbrette 64 Vierecke. Wie viel Körner mußte er bekommen? Das erste Glied = 1. Der Exponent = 2. Die Zahl der Glieder = 64. Die Progreßion ist 1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256:

64 — 1 = 63.

63 = 16 + 16 + 11 + 10 + 10.

1) 8 + 8 = 16 = 256 X 256 = 65536.
2) 16+16=32=65536X65536=4294967296.
3) 32 + 11 = 43 = 4294967296 X 2048 = 8796093022208.
4) 43 + 10 = 53 = 8796093022208 X 1024 = 9007199254740992.
5) 53 + 10 = 63 = 9007199254740992 X 1024 = 9223372036854775808.

welches das 64ste Glied. Davon das erste Glied

abgezogen, bleibt	9223372036854775807
und das lezte dazu addirt	9223372036854775808
	18446744073709551615

wel-

welches die Zahl der sämtlichen Körner war, die aber in ganz Persien nicht aufzubringen gewesen wären.

Anmerkung.

Ist die Progreßion eine absteigende, so verfährt man eben so, nur zieht man, wie sich von selbst versteht (Nro 2), das lezte Glied von dem ersten ab.

§. 126.

Es kann bey einer geometrischen Progreßion der Exponent aus einem Bruche bestehn. Ist der Bruch ein unächter, so wird die Progreßion eine steigende seyn. Z. B.

$3 : 4\frac{1}{2} : 6\frac{3}{4} : 10\frac{1}{8} : 15\frac{3}{16}, 22\frac{25}{32}$ u. s. w.

Hier ist der Exponent $1\frac{1}{2}$.

Ist er aber ein ächter Bruch, so wird die Progreßion eine absteigende seyn, z. B.

$8 : 5\frac{1}{3} : 3\frac{5}{9} : 2\frac{10}{27} : 1\frac{47}{81} : 1\frac{13}{43} : \frac{512}{729}$ u. s. w.

wo der Exponent $\frac{2}{3}$ ist und die Glieder immer kleiner werden.

§. 127.

Bey solchen Progreßionen findet man das lezte Glied eben so, wie vor. Z. B. Das erste Glied wäre 3, der Exponent $1\frac{1}{2}$, man sucht das sechste Glied.

	0.	1.	2.	3.
Progreßion	3 :	$4\frac{1}{2}$:	$6\frac{3}{4}$:	$10\frac{1}{8}$.

$5 = 3 + 2 = 6\frac{3}{4} \times 10\frac{1}{8} = \frac{2187}{32} : 3 = \frac{729}{32} = 22\frac{25}{32}$, welches das gesuchte sechste Glied ist.

Die Summe der Glieder wird ebenfalls, wie vorhin, gesucht.

Exem-

Exempel. Das erste Glied ist 3, der Exponent $1\frac{1}{2}$, die Zahl der Glieder 5; wie viel macht die Summe derselben?

1) Das lezte Glied ist $15\frac{3}{16}$.

2) Das lezte Glied weniger dem ersten $= 15\frac{3}{16} - 3 = 12\frac{3}{16}$.

3) Der Exponent $1\frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2}$.

4) $12\frac{3}{16} : \frac{1}{2} = \frac{195}{16} : \frac{8}{16} = 24\frac{3}{8}$.

5) Dazu addirt das lezte Glied, $24\frac{3}{8} + 15\frac{3}{16} = 39\frac{9}{16}$, welches die Summe der fünf Glieder ist.

Das zehnte Capitel.

Anhang.

Wer das bisher gelehrte recht gefaßt hat, wird dadurch gewiß in den Stand gesezt seyn, bey einem jeden Falle einer Rechnung, in sofern sie durch die gemeine Rechenkunst verrichtet werden kann, und für das bürgerliche Leben gehört, sich zu helfen, wenn er nur dabey seinen Verstand, und das bisher gelehrte zu Rathe zieht. Es giebt aber Fälle, vorzüglich bey dem Handel, bey welchen Rechnungen angewendet werden, zu welchen man einmahl einige besondere Regeln zu ertheilen, und sie mit besondern Namen zu belegen, die Gewohnheit hat, die man daher auch füglich unter dem Namen der **Kaufmanns-Rechnung** begreifen könnte. Von dieser wollen wir jezt noch kürzlich reden.

§. 128.

Die Gesellschaftsrechnung.

§. 128.

Es können mehrere Personen einen verhältnißmäßigen Antheil an einem Gewinnste, oder Verluste, nehmen.

Wenn z. B. verschiedene Personen Geld zusammen schießen, um damit einen Gewinnst zu machen, und sie gewinnen damit wirklich, so richtet sich ihr Gewinnst nach dem Verhältniß des zusammengelegten Geldes; schlägt ihre Absicht fehl und sie leiden Schaden, so hängt der Verlust eines jeden einzelnen auf gleiche Weise von der Größe seines zugeschossenen Geldes und dem Verhältnisse desselben zur Gegensumme ab. Es kann auch kommen, daß mehrere einen Gewinnst erhalten, ohne das sie vorher Geld zusammen legten, z. B. durch ein Vermächtniß; alsdenn wird von dem, der das Testament macht, (testator) das Verhältniß bestimmt. Auf diese Art entspringen mehrere Arten der Gesellschafts-Rechnung, als die eigentliche Compagnie, die Factorey, Banquerout und Erbtheils-Rechnung, u. s. w. Wer die Natur des Verhältnisses kennt, und die Regel de Tri recht zu gebrauchen versteht, wird bey einem mittelmäßigen Nachdenken alle diese Rechnungsarten leicht und richtig behandeln können.

1) Exempel. Drey Kaufleute schießen 5380 Rthlr. zusammen, legen sie auf eine Speculation an, und gewinnen damit 1523 Rthlr. A hatte dazu 2307 Rthlr. B 1929 Rthlr. C 1144 Rthlr. beygetragen. Es frägt sich, wie viel ein jeder gewonnen habe. Hier wird die Regel de Tri dreymahl angewendet, und der Gewinnst eines jeden besonders nach dem Verhältnisse seines besondern Zuschusses zum Ganzen berechnet. Ich sage: Wie sich verhält die Summe des zusammengeschossenen Geldes zu dem Theile des Gewinnstes von A.

A. 1) 5380 Rthlr. : 2307 (A) = 1523 : x

```
              1523
           ---------
              6921
             4614
           11535
           2307          | 5380
     ----------------    |
           3513561       | $653\frac{421}{5380}$ Gewinnst
  5380 :   32280::       |        des A.
     ------------------  |
            28556:       |
            26900:
     ------------------
             16561
             16140
     ------------------
               421
```

B. 5380 Rthl. : 1929 Rthl. (B) = 1523 : x

```
                1523
              ------
                5787
               3858
              9645
             1929        | 5380
          ---------      |
5380 :   2937867         | 546 387/5380 Gewinnst des B.
         26900::         |
      ------------
          24786:         |
          21520:         |
      ------------
          32667          |
          32280
      ------------
            387
```

2) Der Gewinnst des C ist gleich dem Reste von dem ganzen Gewinnste, wenn der Gewinnst des A und B abgezogen wird, also

$653\frac{421}{5380}$ Rthlr.	$1522\frac{5380}{5380}$ Rthlr.
$546\frac{387}{5380}$ Rthlr.	$1199\frac{808}{5380}$ Rthlr.
$1199\frac{808}{5380}$ Rthlr.	$323\frac{4572}{5380}$ Rthlr.

3) Ein Kaufmann vertraut seinem Factor 1800 Rthlr. an, ihm dafür englische Tücher einzukaufen. Er verspricht ihm $1\frac{3}{4}$ Rthlr. Provision, oder Verdienst, von jeglichen 100 Rthlr. Da er nun die Tücher eingekauft hat, wie viel wird er empfangen?

100 Rthlr. : 1800 Rthlr. = $1\frac{3}{4}$ Rthlr. : x

$$\begin{array}{r|l} 7 & 100 \\ \hline 100 : \quad 12600 & 126 \\ & \overline{\quad 4} \end{array}$$

= $31\frac{1}{2}$ Rthlr. erhält der Factor an Provision.

3) Ein Kaufmann stirbt, und nach seinem Tode entsteht ein Concurs. Sein Waaren-Lager nebst seinen Activschulden (was andre ihm schuldig sind) betragen nach geschehener Inventur, Taxation und Einziehung seiner ausstehenden Posten 5327 Rthlr. Seine Paßivschulden (die Forderungen seiner Creditoren,) machen in Summa 7379 Rthlr. Außerdem betragen die Gerichtsgebühren und andern Kosten 299 Rthlr. Da nun seine 4 Creditoren ungleiche Forderungen, aber gleiche Rechte haben, so frägt sichs, was ein jeder von ihnen verliehren werde, da die Schulden das Vermögen übersteigen?

Die Gerichtsgebühren gehen allen Forderungen der Gläubiger vor, daher gehen von

5327 Rthlr. ab 299 Rthlr.
299 Rthlr.

5028 das noch übrige Vermögen.

Der Creditor A hat 3221 Rthlr. zu fordern.
- Creditor B = 1976 Rthlr.
- Creditor C = 1301 Rthlr.
- Creditor D = 881 Rthlr.

Summa 7379 Rthlr.

7379 Rthlr.
5028

2351 verliehren die Creditores.

7379 Rthlr. : 3221 Rthlr. = 2351 Rthlr. : x

2351
3221
16105
9663
6442
7572571 | 7379
7379::: | $1026\frac{1717}{7379}$ Rthlr.
19357:
14758:
45991
44274
1717

7379 Rthlr. : 1976 Rthlr. = 2351 Rthlr. : x

2351
1976
9880
5928
3952
4645576 | 7379
44274:: | $629\frac{4185}{7379}$ Rthlr.
21817:
14758:
70596
66411
4185

7379 Rthlr. : 1301 Rthlr. = 2351 Rthlr. : x

```
        2351
     ---------
        1301
       6505
      3903      |7379
     2602       |  ‿
    --------    |
     3058651    |414 3745/7379 Rthlr.
     29516::    |
    --------    |
      10705:    |
       7379:
    --------
       33261
       29516
    --------
        3745
```

Wenn nun der Verlust von A, B, und C addirt und von dem ganzen Verluste abgezogen wird, so kommt der Verlust von D heraus.

A, $1026\frac{1717}{7379}$ Rthl.	2351 Rthl. ganzer Verlust, oder	
B, $629\frac{4185}{7379}$ Rthl.	$2350\frac{7379}{7379}$ Rthl.	
C, $414\frac{3745}{7379}$ Rthl.	$2070\frac{2268}{7379}$ Rthl.	Verlust von A, B und C.
$2070\frac{2268}{7379}$ Rthl.	$280\frac{5111}{7379}$	der Verlust von D.

Sechs Personen schießen zusammen, und setzen in eine Lotterie ein. A, B, C und D geben, ein jeder 4 Rthlr. E und F aber ein jeder 6 Rthlr. Sie gewinnen zusammen 6000 Rthlr. Was gebühret einem jeden?

A,

A, B, C, D. ein jeder 4 Rthlr. E, F. ein jeder 6 Rthlr

4 ——— S. = 16 Rthlr.   2 ——— S. = 12 Rthlr.

12 ——— S. S. = 28 Rthlr.

28 : 16 = 6000 Rthlr. : x.

```
           16    | 28
      ---------- |
28 :  96000      | 3428 4/7 Rthlr.
      84:::      |
      -----      |
      120::      |
      112::      |
      -----      |
        80:      |
        56:
      -----
       240
       224
      -----
        16
```

Diejenigen 4 Personen, von welchen ein jeder 4 Rthlr eingesezt hatte, gewinnen zusammen $3428\frac{4}{7}$ Rthlr. folglich die beyden andern, von denen ein jeder 6 Rthlr. einlegte, zusammen 6000 weniger $3428\frac{4}{7}$ Rthlr. oder $5999\frac{7}{7}$ Rthlr.

weniger $3428\frac{4}{7}$ Rthlr.

macht $2571\frac{3}{7}$ Rthlr.

Daher gewinnt jeder der vier erstern $857\frac{1}{7}$ Rthlr. und jeder der beyden leztern $1285\frac{5}{7}$ Rthlr.

Ein Vater macht ein Testament. Er sezt seine Frau und vier Kinder zu Erben ein. Die Frau bekommt 3560 Rthlr. Da aber die Kinder schon ver-

verschiedenes, und der eine mehr und der andere weniger empfangen haben, so verordnet der Erblasser, daß das Kind A $\frac{1}{3}$, B $\frac{1}{4}$, C $\frac{1}{5}$, D $\frac{1}{6}$ von dem hinterlassenen Vermögen, das der Vater, weil es hin und wieder versteckt ist, nicht genau bestimmen kann, erben sollen. Den Rest soll ein alter treuer Bediente haben. Nach seinem Tode findet sich sein ganzes wirkliches Vermögen 18300 Rthlr. groß, wie viel fällt einem jeden zu?

Vermögen = 18300 Rthlr.
Antheil der Frau = 2560 Rthlr.

Bleibt zu theilen 15740

15740 Rthlr. dividirt durch 3 = 5246$\frac{2}{3}$ Rthlr. Theil des A.
15740 Rthlr. : 4 = 3935 Rthlr. Theil des B.
15740 Rthlr. : 5 = 3148 Rthlr. Theil des C.
15740 Rthlr. : 6 = 2623$\frac{2}{6}$ Rthlr. Theil des D.

Summa = 14953 Rthlr.

Diese Summe abgezogen von 15740 Rthlr.

15740
14953

bleibt Rest = 787 Rthlr. der Theil des Bedienten.

Interesse, oder Zinsrechnung.

§. 129.

Die gewöhnlichen Intereßrechnungen, da man von einem gewissen Capitale die auf eine gewisse Zeit gefälligen Zinsen, nach gewissen Procenten berechnet,

net, sind schon hinlänglich bey einzelnen Exempeln der Regel de Tri und Kettenrechnung erläutert worden. Sie werden entweder durch die ordentliche Regel de Tri, oder durch die umgekehrte oder doppelte Regel de Tri, u. s. w. aufgelöset, je nachdem die Fälle sind, welches die gesunde Vernunft an die Hand giebt. Es beruhet alles dabey mit auf die Regeln: je länger das Capital verzinset wird, desto größer werden die Zinsen; jemehr Procent-Zinse entrichtet wird, desto mehr häufen sich die Zinsen an. Soll ein Capital in einer gewissen Zeit eine gewisse Summe Geldes Zinse geben, und die Procente werden geringer angesezt, so muß das Capital vergrößert werden; ist aber das Procent vermehrt, so kann das Capital vermindert werden und es wird doch dieselbe Zinse erhalten u. s. w.

Bey den Intereßrechnungen ist durchgängig die Gewohnheit, daß man nach Monaten und Tagen rechnet. Das Jahr hat 12 Monat, und der Monat wird durchaus als aus 30 Tagen bestehend angesehn. Daher ist ein Tag $\frac{1}{30}$ Monat, und das ganze Jahr hat 360 Tage. Nach Wochen rechnet man nicht. Z. B. Einer borgt den 1ten May auf 9 Monat 1350 Rthlr. zu 4 Procent. Er bedingt sich aber aus, daß er binnen Ablauf dieser Zeit, wenn es ihm gelegen wäre, die Summe ganz, oder zum Theil, abtragen, und bis auf den Tag, da er abträgt, verzinsen dürfe. Den 12ten September zahlt er 350 Rthlr. ab, und den 20ten December den Rest, was giebt er Zinse?

1) 100 Rthlr. 350 Rthlr. = 4 Rthlr. : x

4 | 100

100 : 1400 | 14 Rthlr. jährliche Zinsen von 350 Rthlr.

Vom 1sten May bis 12ten Sept. sind 3 Mon. 12 Tage, oder $3\frac{12}{30}$ Mon. Ich sage demnach:

12 Mon. : $3\frac{12}{30}$ M. = 14 Rthlr. : x

oder 360 Tage : 102 T. = 14 Rthlr. : x

14
408
102 | 360
1428 | $3\frac{87}{90}$ Rthlr. Zinse, das erste Mahl.
1080
$\frac{348}{360} = \frac{87}{90}$

2) Ferner 100 Rthlr. : 1000 = 4 : x

4 | 100

100 : 4000 | 40 Rthlr. jährl. Zinse von 1000 Rthlr.

Vom 1sten May bis 20sten December sind 6 Mon. 20 Tage. Ich sage daher:

12 Mon. : 6 Mon. 20 Tage = 40 Rthlr. : x.

oder 360 T. : 200 T. = 40 Rthlr. : x.

40 | 360
360 : 8000 | $22\frac{2}{9}$ Rthlr. Zinse, das zweyte Mahl.
720 :
800
720
$\frac{80}{360}$

Wir

Wir bemerken hierbey noch, daß man unter der Zinsrechnung in den Rechenbüchern vorzüglich den Fall versteht, da Zinse von Zinse genommen wird. Wenn nämlich ein Schuldner bey der Verfallzeit der Zinse dieselbe nicht erlegen kann, so kann man dieselbe entweder mit jedem Monate, oder mit jedem Ablaufe des Jahres zum Capitale schlagen und dann von dieser Zinse, als Capital betrachtet, wieder Zinse nehmen. Allein da diese Art des Wuchers nach den Rechten durchaus untersagt ist; ja ein solcher Creditor Gefahr läuft, wegen dieses unerlaubten Wuchers das Capital ganz, oder zum vierten Theil zu verliehren, so sehe ich nicht ein, wozu eine solche Rechnung noch gebraucht werden könne. Wir wollen indessen der Uebung im Calculo wegen ein Paar solcher Exempel beyfügen.

A erborgt 1500 Rthlr. auf drey Jahre. Da er aber sieht, daß er nach Verlauf des ersten Jahres die Zinse zu erlegen, nicht wohl in Stande seyn werde, so verspricht er nach Verlauf der drey Jahre Capital sammt Zins von Zins abzuführen. Er giebt $4\frac{1}{2}$ Procent. Wie viel wird er am Ende bezahlen müssen?

100 Rthlr. : 1500 Rthlr. = $4\frac{1}{2}$ Rthlr. : x
macht $67\frac{1}{2}$ Rthlr. Interesse des ersten Jahrs
1500 + $67\frac{1}{2}$ Rthlr. = $1567\frac{1}{2}$ Rthlr.

100 Rthlr. : $1567\frac{1}{2}$ Rthlr. = $4\frac{1}{2}$ Rthlr. : x
macht 70 Rthl. (ohne den unbedeutenden Bruch)
$1567\frac{1}{2}$ + 70 Rthlr. = $1637\frac{1}{2}$ Rthlr.

100 Rthl. : $1637\frac{1}{2}$ Rthl. = $4\frac{1}{2}$ Pr. C. x $73\frac{1}{2}$ Rthl.
(ohne weitern Bruch)
$1637\frac{1}{2}$ + $73\frac{1}{2}$ Rthlr. macht 1711 Rthlr.

 welche

welche der Schuldner nach drey Jahren als Capital und Zins von Zins abzuführen hat.

Exempel. Ein Kaufmann borgt von einem Juden ein Capital von 1700 Rthlr. auf ein Jahr zu 5 Procent Zinse. Da das Jahr um ist, kann er das Capital nebst der Interesse nicht abführen. Er verspricht dem Juden nach zwey Jahren Capital nebst Zins von Zins zu bezahlen. Der Jude räumt ihm dieses, jedoch unter der Bedingung ein, daß er ihm das zweyte Jahr 6 und das dritte Jahr $6\frac{1}{2}$ Procent Zinse, und jedes mahl Zins von Zins geben solle. Wie viel wird der Jude zur Verfallzeit erhalten?

100 Rthlr. : 1700 = 5 Rthlr. : x

	5	100
100 :	8500	85 Rthlr. Zinse für ein Jahr

Capital und jährliche Zinse = 1785 Rthlr.

100 Rthlr. : 1785 Rthlr. = 6 Rthlr. : x

	6	100
100 :	10710	$107\frac{1}{10}$ Rthlr. Zinse für das

2te Jahr Capital und Zinse von zwey Jahren = $1892\frac{1}{10}$ Rthlr.

100 Rthlr. : $1892\frac{1}{10}$ Rthlr. = $6\frac{1}{2}$ Rthlr. : x.

$\frac{1000}{10}$: $\frac{1802}{10}$ = $\frac{13}{2}$: x.

```
           18921
              13
       ---------
           56763 |
          18921  |1000
       --------- |
1000 :   245973 |245        973
                |---        ----
                | 2         1000
                |           ----
                |             1
                |           ----
                              2
```

macht $122\frac{1}{2} + \frac{973}{1000}$ Rthlr. oder $122\frac{1973}{2000}$ Rthlr.

Die Zinse für das dritte Jahr.

Capital u. Zinse von 3 Jahren macht $2015\frac{1730}{2000}$ Rthl.

§. 130.

Von der Reduction der Zahlungs-Termine.

Es kann Jemand an einem andern verschiedene Schuldposten zu fordern haben, welche zu verschiedenen Zeiten fällig sind. Er verlangt keine Interesse; allein die Schuld soll zu gewissen bestimmten verschiedenen Terminen bezahlt werden. Nun kann der Debitor an dem ersten gesezten Termine nicht bezahlen, es frägt sich also, wie ist in Hinsicht auf den nicht erlegten ersten Posten der zweyte Termin anzusetzen, daß der Creditor nicht mehr, als vorher, verliehrt? Oder der Kaufmann Cajus ist dem Sempronius 800 Rthlr. schuldig. 300 soll er nach Verlauf von 4 Monaten, und die übrigen 500 nach 6 Monaten bezahlen. Da der erste Zahlungs-

lungs-Termin abgelaufen ist, kann Cajus die 300 Rthlr. nicht gleich bezahlen. Er verspricht also dem Sempronius, die Summe der 800 Rthlr. auf einmahl zu entrichten. Es frägt sich, wenn eher das geschehen soll? Wollte er nach Verlauf der sämmtlichen 6 Monate das Geld zusammen bezahlen, so verlöhre Sempronius mehr Zinse, als er es sich hatte gefallen lassen. Wollte er es etwa in 5 Monaten entrichten, so würde der Debitor in so fern zu kurz kommen, als es ihm erlaubt war, das Geld länger an sich zu halten. Es soll also diejenige Zeit ausfindig gemacht werden, nach welcher ohne beyderseitigen Schaden das Geld zu zahlen wäre. Oder durch ein Beyspiel: Wenn Sempronius dem Cajus 300 Rthlr. auf 4 Monate ohne Interesse läßt, so verliehrt er an demselben (das Capital zu 5 Pr. C. gerechnet) daran 5 Rthlr. Zinse, wollte er nun nach 6 Monaten diese 300 Rthlr. erst entrichten, so würde jener noch $2\frac{1}{2}$ Rthlr. mehr verliehren. Sollen also obige beyde Capitale ohne Interesse abgeführt werden, so ist natürlich, daß jener lezte Termin dergestalt vorgerückt werde, daß durch die frühere Abtragung der 500 Rthlr. das ersetzt werde, was durch den verlängerten Termin der 300 Rthlr. verlohren geht. Diese Rechnung nennt man daher Reduction der Zahlungs-Termine, oder Zeit-Rechnung. Man kann diese Fälle auf mehrere Art auflösen.

Erstlich. Etwas weitläufiger:

an 300 Rthlr. gehn in 4 Mon. verlohren 5 Rthlr.
an 500 Rthlr. gehn in 6 Mon. verlohren $12\frac{1}{2}$ Rthlr.

S. 800 Rthlr. S. $17\frac{1}{2}$ Rthlr.

In

In wie viel Zeit bringen 800 Rthlr. zu 5 Pr. C. $17\frac{1}{2}$ Rthlr. Interesse

5
———
40. jährl. Interesse.

40 Rthlr. (die jährliche Interesse von 800 zu 5 Pr. C.) : $17\frac{1}{2}$ Rthlr. = 12 M. : x

35
12
———
70
35 | 80
———
420 | $5\frac{1}{4}$ Monat.
400
———
20

Folglich muß C. an S. die 800 Rthlr. auf einmahl nach $5\frac{1}{4}$ Monat bezahlen.

Zweytens. Auf eine kürzere Art.

1) Setzet die Capitale unter einander, welche der Debitor errichten soll.
2) Neben jedem Capitale setzet die zu demselben gehörende Zeit nach Monaten.
3) Multiplicirt die Capitale mit den Zeiten.
4) Addirt die Capitale und setzet die Summe darunter.
5) Addirt die Producte von Nro. 3.
6) Dividirt mit Nro. 4 in Nro. 5. Der Quotient enthält die gesuchte Zeit in Monaten.

Das vorige Exempel:

300 Rthlr. X 4 Mon. = 1200.
500 : X 6 Mon. = 3000 | 800
———
800 4200 | $5\frac{1}{4}$ Monat die
4000 | gesuchte Zeit.
———
200

Der

Der Grund dieses leztern Verfahrens ist nicht schwer einzusehen. Man sieht die Sache so an, als wenn der Schuldner die 300 Rthlr. für jeden Monat besonders, also auf 4mal 300 Rthlr. oder 1200 Rthlr, das heißt zwölf Monat Einhundert Thaler, genossen habe. Eben so habe er die 500 Rthlr. sechs mahl, also als 3000 Rthlr., oder 30 Monat Einhundert Thaler benuzt. So habe er also 1200 + 3000 Rthlr. = 4200 Rthlr. oder 100 Rthlr. in 42 Monaten gehabt. Wenn man nun die 800 Rthlr. in 4200 Rthlr. dividirt, so zeigt sichs, daß, weil diese in jenen $5\frac{1}{4}$ enthalten sind, er auch die 800 Rthlr. nach $5\frac{1}{4}$ gleichen Theilen, hier Monaten gebrauchen könne.

Exempel. A hat vom B für 1430 Rthlr. an Waaren verkauft; jedoch, mit der Bedingung, daß er 130 Rthlr. baar, nach 7 Monat 300 Rthlr., nach 9 Monat 400 Rthlr., nach 11 Monat 500 Rthlr. und nach $\frac{5}{4}$ Jahren den Rest erlegen soll. Da der Käufer nun die ganze Summe auf einmahl abführen will, so frägt es sich, wie lange er damit anstehen könne?

1430 Rthlr.	300	X	7 Monat	2100		
130 baar	400	X	9 ——	3600		
1300 Rest.	500	X	11 ——	5500		
	100	X	15 ——	1500	1300	
300						
400	1300		:	12700	$9\frac{10}{13}$ M.	
500				11700		
				1000		
1200 von 1300 Rest 100.						

Er muß nach Verlauf von $9\frac{10}{13}$ Monat bezahlen.

C. ist dem S. 200 Rthlr. schuldig geworden, die er ihm nach 8 Monaten bezahlen soll. S. wird ihm sogleich 800 Rthlr. schuldig und soll sie ihm nach 4 Monaten bezahlen. Wie werden sie also mit einander stehen?

200 Rthlr.	X	8 Mon.	=	1600
800 ;	X	4 Mon.	=	3200

16 : 32 = 1 : 2 Mon.

folglich wird C. die Schuld sogleich S. nach einem Monat sie entrichten müssen.

Anmerkung.

Man sieht hier leicht ein, daß wenn bey Exempeln, wie dieses, zweyerley Schulden verschiedener Debitoren gegen einander ausgeglichen werden sollen, die Capitale nicht zu addiren, sondern blos die leztern Producte (hier 16 und 32) mit einander zu dividiren sind.

Von der Gewinn- und Verlustrechnung.

§. 131.

Diese Rechnung ergiebt sich bey einem geringen Nachdenken bey den vorkommenden Fällen von selbst. Wenn ein Kaufmann eine Waare ein und wieder verkauft, so kann er Vortheil, oder Schaden, dabey haben. Sucht er nun zu erfahren, wie viel er gewonnen, oder verlohren habe, so findet diese Rechnung statt.

Exempel. Es hat Jemand 3 Centn. 26 ℔, das ℔ für 7 ggr. eingekauft, er verkauft die Waare wieder, das ℔ zu $8\frac{1}{2}$ ggr.; was hat er gewonnen?

Man

Man sieht, daß man hier nur den ganzen Einkauf, hiernächst den ganzen Verkauf berechnen, und erstern von leztern abziehen dürfe, so würde der Profit übrig bleiben.

1 ℔ : 356 ℔ = 7 ggr. : x.
macht 103 Rthlr. 20 ggr.
1 ℔ : 356 ℔ = $8\frac{1}{2}$ ggr. : x
macht 126 Rthlr. 2 ggr.
103 " 20 "

22 Rthlr. 6 ggr. Gewinn.

Hätte er verlohren, so würde sein Verlust sich auf gleiche Art zeigen. Z. B. Der ganze Einkauf wäre
210 Rthlr.
Der Verkauf 192 Rthlr.

18 Rthlr. Verlust.

Es kann aber ein Handelsmann eine eingehandelte Waare wieder mit einem Vortheile verkaufen wollen, den er sich selbst sezt. Z. B. er will 8, 10, oder 12 Pr. Cent profitiren, das heißt an hundert Thalern 8, 10, 12 Rthlr. gewinnen. Es ist natürlich, daß das vermittelst der Regel de Tri gefunden werden kann. Es kauft Jemand die Elle Zeug zu $2\frac{1}{2}$ Rthlr. ein, er will, da das Zeug sehr gesucht wird, 20 Pr. C. daran profitiren, wie hoch wird er die Elle verkaufen müssen, um diesen Gewinnst zu ziehen?

100 Rthlr. : 120 Rthlr. = $2\frac{1}{2}$ Rthlr. : x
5

100 : 600 = $\frac{6}{2}$ = 3

Er

Er muß die Elle zu 3 Rthlr. verkaufen, um 20 Pr. C. zu profitiren. Es ist natürlich, daß ich so rechne; wie sich verhält 100 Rthlr. zu 100 mit den verlangten Procenten, so verhält sich der vorhandene Werth, zu demselben Werthe mit den verlangten Procenten.

Exempel. Es kauft Jemand das Pfund zu 20 ggr. ein, wie hoch hat er es zu verkaufen, um $10\frac{1}{4}$ Pr. C. daran zu gewinnen?

100 Rthlr. : $110\frac{1}{4}$ Rthlr. = 20 ggr. : x
macht $22\frac{1}{20}$ ggr.

Gewinnt einer bey seinem Verkaufe, so kann er auch erfahren, wie viel Procent er gewonnen habe.

Jemand hat eine Waare für 16 Rthlr. ein, und zu 18 verkauft, wie viel Pr. C. hat er dabey gewonnen?

16 Rthlr. : 18 Rthlr. = 100 Rthlr. : x

```
     |16
     |
1800 |112½ Rthlr.
16:: |100
---- |-----
 20: | 12½ Rthlr.  Er hat 12½ Pr. C.
 16:               dabey gewonnen.
----
  40
  32
----
   8
```

Verlöhre er bey seinem Verkaufe, so könnte er eben so erfahren, wie viel er Pr. C. verlohren habe. Es hat einer das ℔ zu 8 ggr. eingekauft; aber für $6\frac{2}{3}$ ggr. verkaufen müssen, wie viel Pr. C. hat er dabey verlohren?

18 ggr. : 16 ggr. = 100 Rthlr. : x

$$\begin{array}{r|l} & 18 \\ 1600 & 88\tfrac{8}{9} \\ 144: & \\ \hline 160 & \\ 144 & \\ \hline 16 & \end{array} \qquad \begin{array}{r} 99\tfrac{9}{9}\ \text{Rthlr.} \\ 88\tfrac{8}{9}\ \text{Rthlr.} \\ \hline 11\tfrac{1}{9}\ \text{Rthlr.} \end{array}$$

Er hat an der Waare $11\frac{1}{9}$ Pr. C. eingebüßt.

Will man wissen, was man bey einer solchen Waare am jährlichen Procent gewinnt, das heißt: was man im Jahre profitiren würde, wenn die Waare das ganze Jahr über in eben dem Preise und mit eben dem Absatze verkauft würde, als etwa eine gewisse Zeit hindurch geschehen ist, so wendet man die Regel de Tri noch einmahl an; z. B. im vorlezten Exempel fand sich, daß bey der Waare, die zu 16 Rthlr. ein und zu 18 Rthlr. verkauft ward, $12\frac{1}{2}$ Procent verdient wurden. Gesezt, die Waare ward innerhalb 3 Monaten abgesezt, ich will aber wissen, wie viel ich an derselben pro anno Procent verdiente?

3 Mon. : 12 Mon. = $12\frac{1}{2}$ Pr. C. : x

$$\begin{array}{r|l} 25 & \\ \hline 60 & \\ 24 & 3 \\ \hline 3 : 300 & 100 = 50. \\ \hline 2 & \overline{2} \end{array}$$

An der Waare wird jährlich 50 Pr. C. verdient.

Ein Faß mit Waare ist für 300 Rthlr. eingekauft. Es wird nach 6 Monaten wieder für 480 Rthlr. verkauft. Wie viel Pr. C. ist pro anno daran verdient worden?

300 Rthlr. : 480 Rthlr. = 100 Rthlr. : x
macht 60 Pr. C. in 6 Monaten.
6 Monat. : 12 M. = 60 Pr. C. : x
2
120 Pr. C.

so viel ist pro anno an dem Waarenfasse verdient worden.

Es macht einer in Bremen eine Speculation auf eine Waare, die er aus der Levante erhalten kann, und welche ihm baar 800 Rthlr. kostet, zugleich auch auf eine andere aus Spanien, welche ihm baar 710 Rthlr. zu stehen kommt. Aus der ersten kann er binnen 4 Monaten 1010 Rthlr. aus der leztern binnen $3\frac{1}{2}$ Monaten 900 Rthlr. lösen. An welcher von beyden wird er am meisten Procent pro anno gewinnen?

1) Aus der ersten gewinnt er in 4 Monaten 210 Rthlr. was pro anno?

4 M. : 12 M. = 210 Rthlr. : x
3
630 Rthlr. pro anno.

2) Aus der andern gewinnt er in $3\frac{1}{2}$ Monaten 190 Rthlr. was pro anno?

$3\frac{1}{2}$ M. : 12 M. = 190 Rthlr. : x
$\frac{7}{2}$ 24
190 | 7
2160 | $651\frac{3}{7}$ Rthlr. pr. anno.
24
4560
42
36
35
10
7
3

1) Was gewinnt die erstere pr. Cento, pr. anno?
800 Rthlr. : 630 Rthlr. : 100 Rthlr. : x
| 800
63000 | $78\frac{3}{4}$ Rthlr. Pr. C. pr. anno.
5600
7000
6400
600

2) Was die andere?
710 Rthlr. : $651\frac{3}{7}$ Rthlr. = 100 Rthlr. x
| 4970
$\frac{4970}{7}$ 456000 | $91\frac{373}{497}$ Rthlr. Pr. C. pr. anno.
44730
8700
4970
3730
4970

folglich würde bey der erstern 13 Rthlr. pr. C. pr. anno mehr, als bey der leztern verdient werden.

Von der Stich- und Tauschrechnung.

§. 132.

Wenn in Handlungen Waaren gegen einander umgesezt werden, so muß man berechnen, wie hoch die umgesezten Waaren im Preise anzusetzen sind, daß man keinen Schaden leide. Diese Berechnung heißt die Stich- oder Tauschrechnung.

A hat 200 Centner Baumöhl, den Centn. zu 18 Rthlr., er will dafür von B Zucker erhandeln, wovon der Centn. $23\frac{1}{3}$ Rthlr. kostet. Wie viel Zucker wird er dafür erhalten können?

1) Ein Centner Baumöhl kostet 18 Rthlr. folglich sind 200 C. 3600 Rthlr. werth.

2) Für $23\frac{1}{3}$ Rthlr. kriege ich einen Centner Zucker, wie viel für 3600 Rthlr.

$23\frac{1}{3}$ Rthlr. : 3600 Rthlr. = 1 Centn. : x

$\frac{70}{3}$ | 3 | 70

70 : 10800 | $154\frac{2}{7}$ Centner Zucker wird A für seine 200 Centn. Baumöhl von B erhalten.

```
   10800
   70::
   ----
   380:
   350:
   ----
    300
    280
   ----
     20
```

Es kann sich aber auch zutragen, daß B den Zucker aufsezte und statt $23\frac{1}{3}$ ihn für $25\frac{2}{3}$ anschlüge. Wie hoch wird A nunmehro seinen Baumöhl aufsetzen, um nicht durch jenen Aufsatz zu verliehren?

Der alte Preis des Zuckers verhält sich zum neuen Preise desselben, wie der alte Preis des Baumöhls zu dem zu suchenden neuen Preise.

oder: $23\frac{1}{3}$ Rthlr. : $25\frac{2}{3}$ Rthlr. = 18 Rthlr. x

70 77

18 | 70

616 | $19\frac{4}{5}$ Rthlr. so hoch muß

77 | A den Centn. von seinem Baumöhle ansetzen.

1386

70:

686

630

56

Oder man berechne nun, um wie viel Pr. C. B seinen Zucker aufgesezt hat, und darnach setze A seinen Baumöhl auch auf.

$23\frac{1}{3}$: $25\frac{2}{3}$ = 100 : x

70 : 7700 | 70

70:: | 110 folglich hat B seinen

70: | Zucker um 10 Pr. C.

70: | aufgesetzt.

0

Dem=

Demnach rechnet A:

100 : 110 = 18 Rthlr. : x
18
880
11
100 : 1980 = $19\frac{4}{5}$ Rthlr. kommt das obige heraus.

Es geschieht auch, daß der eine einen Theil Geldes außer der umgetauschten Waare erlegt. Z. B. A hat 10 Stück Tuch, das Stück, dem wahren Werth nach, zu 30 Rthlr. gerechnet, er übersezt es aber auf 40 Rthlr. B, will die 10 Stücke Tuch gegen 9 Centn. englisches Zinn setzen, wovon der Centner 28 Rthlr. werth ist. Das übrige will B am baaren Gelde erlegen. Es frägt sich, erstlich, wie hoch muß B seinen Centn. Zinn aufsetzen, daß er keinen Schaden leide, da A sein Tuch um 10 Rthlr. auf das Stück aufgesezt hat? Zweytens, wie viel baares Geld muß er noch dazu geben.

10 St. Tuch a 30 Rthlr. machen 300 Rthlr.
auf das Stück 10 Rthlr. aufges. 100 Rthlr.
S. 400 Rthlr.

9 Centn. Engl. Zinn, a 28 Rthlr. machen 252 Rthlr. also:

1) 300 Rthlr. : 400 Rthlr. = 252 Rthlr. : x

252	
400	300
100800	336 Rthlr. So hoch muß
900::	B seine 9 Centn. Zinn
1080:	ansetzen.
900:	
1800	
1800	
—00	

2) 400 Rthlr. — 336 macht 64 Rthlr. So viel zahlt B an baaren Gelde nach.

Von der Rabattrechnung.

§. 133.

Rabatt in weiterm Verstande heißt überhaupt ein gewisser Abzug, der von einer Summe Geldes gemacht wird. Wenn ich z. B. von der Waare eines andern einen so ansehnlichen Theil nehme, daß er mir aus dieser, oder einer andern Ursach, einige Procente erläßt, so giebt er mir Rabatt. Hier verstehn wir unter der Rabatt-Rechnung diejenige Rechnung, welche man vorzunehmen hat, wenn ein Geldposten, den man, es sey nun durch Obligationen, oder durch den Kauf an Waaren, nach einer gewissen verabredeten Zeit zu bezahlen schuldig ist, vor der verflossenen Zeit bezahlt, und für die Zeit, da man zu früh bezahlt hat, gewisse Procente, welche nach der vorhergegangenen Verabre-

dungen bestimmt werden, von dem Schuldposten, oder Capitale abzieht. Man hat z. B. für eine gekaufte Waare 500 Rthlr. nach Verabredung nach einem Jahre zu bezahlen. Es versteht sich, daß diese 500 Rthlr. ohne Zins entrichtet werden. Nun wird man aber in Stand gesezt, sie sogleich bezahlen zu können. Geschieht dies, so ist es billig, daß für die Zeit, da ich dies Geld noch hätte behalten und nützen können, eine Art von Zins mir von dem vergütet werde, von dem ich die Waare genommen habe. Jenem wird es nicht unlieb seyn, das Geld sogleich zu erhalten, und er wird gern ein gewisses Pr. Cent. mir dafür erlassen. Gesezt, er erließe mir 6 Pr. Cento, so würde ich nun die 500 Rthlr., die ich gleich bezahle, als eine Summe ansehn, die aus meinem Gelde, als einem Capitale, und den eingeräumten Zinsen, als 6 P. C. bestunde. Ich suche nun, wie viel ich noch an jenen zu bezahlen habe, wenn ich sage:

Wie sich verhalten 106 Rthlr. als 100 Rthlr. Cap. und 6 Pr. Cent Zinse zu den simpeln 100 Rthlr., so verhält sich die Summe von 500 Rthlr., worinn Capital und Zinse steckt (zu 6 Pr. C.), zu dem zu suchenden Capitale, was ich noch zu entrichten habe, oder:

$106 : 100 = 500 : x$

```
               |106
               |‿
106 : 50000    |471 32/53 Rthlr. habe ich
      424::    |   gleich zu bezahlen.
      ----     |
       760:    |
       742:    |
       ----    |
        180    |
        106
        ---
         64
```

Hieraus folgt, daß, um bey solchen Fällen eine Regel zu haben, man 100 mit dem bewilligten Procent zum ersten Gliede, hernach 100 zum andern, denn das zu bezahlende Capital zum dritten Gliede macht; das vierte ist das noch zu bezahlende Geld.

Es hat ein Kaufmann A von einem B für 790 Rthlr. Waare genommen. Er hat sich verpflichtet, nach zwey Jahren zu bezahlen, da er aber unverhoft Geld bekommt, offerirt er sich zur gleich baaren Bezahlung. B nimmt sie an, und rabattirt ihm 6 Procent. Was giebt A gleich baar? 2 Jahr geben aufs Hundert zu 6 Pr. C. 12 Rthlr.

$112 : 100 = 790$ Rthlr. $: x$

```
               |112
               |‿
112 : 79000    |705 5/14 Rthlr. hat er so-
      784::    |   gleich baar zu entrichten.
      ----     |
        600    |
        560
        ---
         40
```

Ein

Ein Handelsmann kauft für 1830 Rthlr. Waare. Er erhält auf 18 Monat Rabatt zu 8 Pr. C. was entrichtet er baar?

$1\frac{1}{2}$ Jahr geben aufs Hundert zu 8 Pr. C. 12 Rthlr.

112 : 100 = 1830 Rthlr.

```
                 112
112 : 183000 | 1633 13/14 Rthlr. hat er
      112::: |   noch baar zu bezahlen.
      ------
       710:: |
       672:: |
      ------
        380:
        336:
      ------
         440
         336
      ------
         104
```

Ein Kaufmann A soll dem Contracte gemäß, nach 16 Monaten 786 Rthlr. an B bezahlen, er bekömmt aber nach einem Monate so viel Geld, daß er bezahlen kann, was wird er gegen Rabatt von 10 Procent baar entrichten.

12 M. : 15 M. : = 10 Rthlr.

```
           12
12 : 150 | 12 1/2 Rthlr.
     12: |
    ----
      30 |
      24 |
    ----
       6
```

112½

$112\frac{1}{2} : 100 = 786$ Rthlr. : x

225 200 200 | 225

157200 | $698\frac{26}{45}$ Rthlr. so viel hat er an B zu entrichten.

1350::

2220:

2025:

1950

1820

130

Falls aber der Creditor B die 10 Procent nicht bewilligen, sondern nur 8 zu gestehen wollte, wie viel wird A, der nun seine Rechnung auf B gemacht hatte, in seiner Casse Unterschied haben?

Gegen Rabatt von 10 Procent hatte er zu entrichten $698\frac{26}{45}$ Rthlr.

Soll er nun gegen 8 Procent Rabatt Bezahlung leisten, so entrichtet er

denn

12 Mon. : 15 M. = 8 Rthlr. : x

8 | 12

12 : 120 | 10 Rthlr.

12:

—0

110 Rthlr. : 100 Rthlr. = 786 Rthlr. : x

```
          | 110
110 ; 78600 | 714 6/11 Rthlr. hat er nun zu
      770:: |     erlegen.
      -----
      160:
      110:
      -----
       500
       440
      -----
        60
```

$714\frac{286}{495}$
$698\frac{270}{495}$

$16\frac{16}{495}$ Rthlr. so viel ist in seiner Casse Unterschied.

Wäre auf ein Capital von 525 Rthlr. das nach 10 Monaten zu bezahlen war, gleich 500 Rthlr. gleich entrichtet worden; zu wie viel Procent wäre rabattirt worden?

```
 525 Rthlr.
 500 Rthlr.
 ----------
  25 Rthlr. Rabatt
```

500 : 25 = 100

```
500 : 2500 | 5 Rthlr. zu 5 Procent
      2500 |   ist rabattirt.
      ----
      0000
```

Die Tara, Brutto, Netto und Fusti Rechnung.

§. 134.

Die Waare wird nebst dem Gefäße, worinn sie sich befindet, z. B. den Fässern und Kisten, wor-

worinn Caffee, Rosinen, Gewürze, Oehl u. dergl. oder den Stücken u. dergl. *Brutto*, oder *Sporco*, d. h. unrein genannt. Der Umschlag, oder die Gefäße allein, heißt *Tara*, die bloße reine Waare, *Netto*, wenn sie aber unrein ist, *Fusti*.

Da nun manche Waaren so beschaffen sind, daß sie nicht gut ausgeladen, und folglich die *Tara* auf diese Art nicht gefunden werden kann, so wird für die *Tara* von dem Käufer etwas von dem *Brutto* abgezogen. So bald man weiß, wie viel bey einem gewissen Gewichte tarirt wird, so ist auch die Rechnung leicht gemacht.

2 Fässer mit Mandeln wiegen Brutto 980 ℔ und 630 ℔. Es wird für das erste 76 ℔ tarirt, oder Tara gegeben, für das andere 48 ℔. Das ℔ kostet $\frac{1}{6}$ Rthlr. Was kosten die 2 Fässer Netto?

1) 980 ℔ Brutto.		Tara 1)	76 ℔
2) 630 ℔ —		2)	48 —
1610 ℔ Brutto.		Tara -	124 ℔.
124			
1486 ℔ Netto.			

$$1 \text{ ℔} : 1486 \text{ ℔} = \tfrac{1}{6} \text{ Rthlr.} : x$$

6

6 : 1486 | $247\frac{2}{3}$ Rthlr. Die beyden Fässer kosten Netto $247\frac{2}{3}$ Rthlr.

12 : :
28 :
24 :
46
42
4

Gesezt

Gesezt aber unter diesen 1486 ℔ Netto wären 250 ℔ Fusti; das ℔ reine Mandeln sollte 4 ggr., das ℔ Fusti aber 2 ggr. kosten, was würde denn bezahlt werden müssen?

1486 ℔ Netto
250 — Fusti.
1236 fein.

1 ℔ : 1236 ℔ = 4 ggr. : x

4	24
4944	206 Rthlr. kosten die feinen.
48 : :	
144	
144	
000	

1 ℔ : 250 ℔ = 2 ggr. : x

2	
500	24
48 :	$20\frac{5}{6}$ Rthlr. kostet Fusti.
20	206 Rthlr. fein.

Summa $226\frac{5}{6}$ Rthlr. beydes.

Es wird auch nach Procenten tarirt. Z. B. 3 Fässer mit Baumöhl wiegen Brutto 600, 704, und 812 ℔. Es wird 10 Pr.C. Tara gegeben. Der Centner kostet 24 Rthlr. Netto, was ist zu bezahlen?

600 ℔ Brutto
704 ℔ —
812 ℔ —
2116 ℔ Brutto.

100 ℔ Brutto : 2116 ℔ Brutto = 10 ℔ Tara : x.

100 : 21|160 | $211\frac{6}{10}$ ℔ Tara

2116 ℔ Brutto
$211\frac{6}{10}$ ℔ Tara ab
$1904\frac{4}{10}$ ℔ Netto

100

$100\,℔ : 1904\tfrac{4}{10}\,℔ = 24$ Rthlr. : x.

```
   19044
      24
   -----
   76176
  38088
  ------
1000 : 457056 | 457 56/1000 Rthlr. kosten 1904 4/10
                                        ℔ Netto.
```

Wenn 40 Centn. Rosinen Brutto dergestalt verkauft werden, daß auf den Centn. 6 ℔ Tara abgerechnet werden, und der Centner 6 Rthlr. kostet, was werde ich bezahlen müssen? Hier sage ich

106 ℔ (die Tara zu 100 addirt) : 100 ℔ = 40 C. : x

```
               | 106
106 : 4000     | 37 39/53 Centn.
      318:     |
      ----     |
       820     |
       742
       ---
        78
```

1 C. : $37\tfrac{39}{53}$ C. = 6 Rthlr. : x

```
      6
  -------
  222                 39
    4                  6 | 53
  -------            --- |
  226 22/53 Rthlr.   234 | 4 Rthlr.
                     212 |
                     --- |
                   22/53 |
```

Also kosten 40 Centner Zucker Netto $226\tfrac{22}{53}$ Rthlr.

Von

Von der Verbindungsrechnung.

§ 135.

Man kann mehrere Dinge von verschiedenem Werthe mit einander vermischen. Alsdenn entsteht eine Vermischung von einem Werthe, der freylich von dem Werthe der einzelnen Ingredienzien verschieden, aber dem einzelnen Werthe der dazu gekommenen Sachen zusammengenommen angemessen ist. Dieser Werth kann 1) durch eine leichte Berechnung gefunden werden; man kann auch 2) fest setzen, was für ein Werth entstehen soll, und dazu berechnen, wie viel von den Ingredienzien, die man dazu nehmen will, nach ihrem besondern Werthe hinzu kommen müssen. Diese Art der Rechnung nennt man Allegations- oder Vermengungsrechnung. Es giebt verschiedene Fragen die bey derselben vorkommen können. Wir wollen uns der Kürze wegen nur auf die vorhin von einander unterschiedenen beyden Fälle einlassen.

Erster Fall. Es werden mehrere am Werthe von einander unterschiedene Sorten mit einander vermischt. Man will wissen, was das Ganze, das aus der Vermengung entstanden ist, für einen Werth habe. Ein Goldschmidt schmelzt 12 Mark Silber (die Mark Silber ist 16 Loth) welches 13löthig ist (das heißt unter 16 Loth sind 13 Loth Silber und 3 Loth Kupfer), ingleichen 14 Mark 11 löthiges, (d. i. solches worunter 16 Loth 11 Loth Silber und 5 Loth Kupfer ist) er will wissen, von was für

einem Werthe die daraus entstandene Masse ist. Man sage:

1 Mark	— 12 Mark	= 13 Loth	{	156 L.
1 Mark	— 14 Mark	= 11 Loth	{	154 L.
	26			310

$$26 : 310 \mid 26$$
$$\underline{26:}\quad 11\tfrac{12}{13} \text{ faßt 12 löthig.}$$
$$\underline{\;50\;}$$
$$\underline{\;26\;}$$
$$24$$

Hier mußte das zweyte und dritte Glied mit einander multiplicirt werden. Daraus entstand das vierte Glied. Nun wurden die beyden Posten im zweyten Gliede oder die Marken addirt, und so auch die vom vierten Gliede. Dann wird die Summe vom zweyten Gliede in die Summe des vierten dividirt. Der Quotient ist das Gesuchte. Ein Weinhändler hat 80 Maaß Rheinwein, das Maaß zu 16 ggr., 60 Maaß dito zu 14 ggr. und 54 Maaß dito zu 12 ggr. Er will denselben zusammen mischen, und wissen was hernach das Maaß von diesem vermischten Weine werth sey.

1 Maaß	: 80 M.	=	16 ggr. :	{	1280 ggr.
1 M.	: 60 M.	=	14 ggr. :	{	840 ggr.
1 M.	: 54 M.	=	12 ggr. :	{	648 ggr.
	194				2768 ggr.

194

		194
194 :	2768	$14\frac{26}{97}$ ggr. kostet nun das Maaß.
	194 :	
	828	
	776	
	52	

Hier verfährt man, wie bey dem ersten Exempel.

Zweyter Fall. Wenn man einen gewissen Werth festsezt, den eine Vermischung bekommen soll, wie viel hat man von einer jeden der dazu bestimmten Ingredienzien zu nehmen?

Ein Goldschmidt will aus 15 und 10 löthigen Silber 12 löthiges verfertigen, wie viel hat er von beyden Arten zu nehmen?

1) Man nehme die zu vermischenden Dinge hier 15 und 10, und suche ihre Differenz von dem was durch die Vermischung entstehen soll, hier, die Differenz von 12 löthigen Silber.

2) Man schreibe die Differenzen umgekehrt zu den Sorten an, als hier z. B. man setze die 2 zu den 15, ingleichen schreibe man die 3 zur 10.

3) Man sage nach der Regel de Tri:
Wie sich verhält die Summe der Differenzien (hier 2 + 3 = 5) zu der Differenz, welche bey der einen Sorte steht, so verhält sich das Vermischte, was herauskommen soll (hier 12) zu der zu suchenden Quantität der Sorte, wobey die Differenz steht. Was herauskommt, ist das Gesuchte derselben Sorte.

Ferner sage man: Wie sich verhält die Summe der Differenz der Sorten (5) zu der

Differenz, die zu der andern Sorte geschrieben ist, so verhält sich die vermischte Sorte, welche herauskommen soll (12) zu der gesuchten Quantität der leztern Sorte. Was herauskommt ist das Gesuchte der leztern Sorte.

Oder: 15 löthig | 10 löthig
12 das Gesuchte, Gemischte. | 12 das Gesuchte, Gemischte.

3 Differenz der größern Sorte. | 2 Differenz der kleinern Sorte.

$3 + 2 = 5$. Summe der Differenzen

15 L. (2 Differenz. 10 (3 Differenz

$5 : 2 = 12 : x$

```
      2| 5
  -----|
5 :  24|4⅘ Loth kommen von dem
     20|   15 löthigen Silber zur
  -----|   Masse.
      4|
```

$5 : 3 = 12 : x$

```
      3| 5
  -----|
5 :  36|7⅕ Loth kommen von dem
     35|   10 löthigen Silber zur
  -----|   Masse.
      1|
```

Folglich erhalte ich $4\frac{4}{5}$ Loth vom 15 löthigen und $7\frac{1}{5}$ Loth vom 10 löthigen Silber.

Wollte man die Probe machen, so könnte man gleich nach dem erstern Falle versuchen, ob $4\frac{4}{5}$ Loth 15 löthig Silber und $7\frac{1}{5}$ Loth 10 löthig Silber auch wirklich in der Mischung 12 löthiges geben.

$4\frac{4}{5}$

$4\frac{4}{5}$ Loth 15 löthig Silber = | 72 L.
$7\frac{1}{5}$ L. 10 löthig Silber = | 72 L.

12 L. — 12 L. : 144 | 12 löthiges
12 : | Silber.
24
24
00

Gesezt, der Goldschmidt, der auf diese Art eine Mischung von 12 Loth 12 löthigen Silber erhält, brauchte nur 10 Loth von solchen Silber, so würde er rechnen:

1) 12 Loth : $4\frac{4}{5}$ Loth = 10 L. : x
60 — 24 L.
10 | 60
60 : 240 | 4 Loth wird er vom 15 löthigen Silber nehmen.
240
000

2) 12 Loth : $7\frac{1}{5}$ Loth = 10 L. : x
60 — 36
10 | 60
60 : 360 | 6 Loth vom 10 löthigen Silber.
360
000

Hätte ein Weinhändler einen Wein, den er das Maaß zu 10 ggr., den andern das Maaß zu 5 ggr. verkauft, und wollte daraus einen Wein das Maaß zu 8 ggr. mischen, wie viel würde er von

beyden Sorten nehmen müssen, um gerade einen Wein heraus zu bringen, der den erforderlichen Werth hätte?

10 ggr. 5 ggr.
8 8
2 ggr. Differ. 3 ggr. Differ.

$2 + 3 = 5.$ Summe der Diff.

10 ggr. 3 Diff. 5 ggr. 2 Diff.

$$5 : 3 = 8 : x$$
3
5 : 24 | $4\frac{4}{5}$ Maaß von dem 10 ggr. Weine.
20
4

$$5 : 2 = 8 : x$$
2
5 : 16 | $3\frac{1}{5}$ Maaß von dem 5 ggr. Weine.
15
1

$4\frac{4}{5}$ Maaß
$3\frac{1}{5}$ Maaß

8 Maaß würden auf diese Art heraus kommen, das Maaß a 8 ggr. Dieses gemischt betrüge 2 Rthlr. 16 ggr. Wenn ich nun berechne, was der dazu gekommene Wein kostet, so kommt eben 2 Rthlr. 16 ggr. heraus, welches die Probe der Rechnung ist: denn $4\frac{4}{5}$ Maaß a 10 ggr. macht 2 Rthlr. und $3\frac{1}{5}$ Maaß a 5 ggr. macht 16 ggr. Summ. 2 Rthlr. 16 ggr. Hat man mehrere Sorten mit einander zu

zu vermischen, so kann das auf eine verschiedene Art geschehen, je nachdem man von der einen oder andern Sorte mehr nehmen will. Z. B. Es hat jemand drey Weine, wovon die eine Art 14 ggr. das Maaß, die andere 8, die dritte 2 kostet. Er will sie vermischen, daß daraus ein Wein herauskommen soll, der 12 ggr. das Maaß werth ist.

Hier könnte er von der

Sorte	a 14 ggr.	9 Maaß	
——	a 8 ;	2 M.	
——	a 2 ;	1 M.	nehmen. So
erhielte er — ;		12 Maaß	a 12 ggr.

denn (Probe)	9 Maaß	a 14 ggr.	machte	126 ggr.
	2 M.	a 8 ggr.	——	16 ggr.
	1 M.	a 2 ggr.	——	2 ggr.
			Summa	144 ggr. ist 6 Rthlr.

Die davon erhaltenen 12 Maaß a 12 ggr. machen auch 6 Rthlr., denn es muß die erhaltene Vermischung am Werthe den dazu gekommenen Theilen oder Ingredienzien gleich kommen. Er hätte aber auch von der

Sorte	a 14 ggr. —	$8\frac{1}{2}$ Maaß	
——	a 8 ggr. —	3 ; M.	
——	a 2 ggr. —	; $\frac{1}{2}$ M.	nehmen können
		12 Maaß	a 12 ggr. d. M.

 denn

denn	$8\frac{1}{2}$ Maaß	à	14 ggr.	macht	119 ggr.
(Probe)	3 M.	à	8 ggr.	—	24 ggr.
	$1\frac{1}{2}$ M.	à	2 ggr.	—	1 ggr.
				Summa	144 ggr.
					= 6 Rthlr.

Wollte ein Goldschmidt aus 14, 10 und 8 löthigen Silber 12 löthiges machen, so würde er z. B.

von dem 14 löthigen $6\frac{1}{2}$ Loth
von dem 10 löthigen $4\frac{1}{2}$ L.
von dem 8 löthigen 1 L. nehmen können.

Die Probe davon ist, wie oben,

$6\frac{1}{2}$ Loth	14 löthig	—	91 L.
$4\frac{1}{2}$ Loth	10 löthig	—	45 L.
1 L.	8 löthig	—	8 L.
12		12 :	144 L. = 12 löthig.

Es ist dieses ganz natürlich: denn wenn ich von der Sorte, die den größern Werth in sich hält, viel nehme, so werden die schlechtern Sorten desto weniger zu der Mischung hergeben. Nehme ich von der erstern hingegen weniger, so müssen die andern dieses ersetzen.

Die Regel, nach welcher die gewöhnlichen Rechenbücher diese Fälle von 3 oder mehrern zu vermischten Größen zu berechnen, lehren, sind unrichtig. Man mache nur mit den darinn berechneten Exempeln die Probe, z. B. bey dem Silber rechne man aus, ob nun auch die gefundenen Theile vermischt das verlangte löthige Silber geben; oder bey dem Weine, ob die vermischten Weine ihren

Werthe

Werthe nach der Mischung gleich kommen, so wird man den Fehler gleich bemerken.

Man kann indessen dieses auch auf eine allgemeine Art berechnen. Bey dem leztern Exempel verfahre man so:

Es will ein Goldschmidt aus 14, 10 und 8 löthigen Silber 12 löthiges machen, und z. B. 12 solche Loth zusammen mischen. Hier sollen 12 Loth von 12 löthigen Silber, folglich 12 mahl 12 oder 144 Loth Silber zusammen gesezt werden. Man merkt sich 1) die beyden Zahlen 12 und 144. 2) Man multiplicirt 12 mit dem kleinsten Werthe der drey vorhandenen Arten des Silbers, hier ist dieses das 8 löthige, folglich mit 8 X 12 = 96. 3) Man ziehet dieses Product (96) von der angemerkten Zahl der sämtlichen Loth Silber (144) ab. 144 — 96 = 48. 4) Man nimmt von den 3 Sorten die kleinere und sucht ihre Differenz von den beyden andern. 14 — 8 = 6. 10 — 8 = 2, so erhält man die Differenzen 6 und 2. 5) Man nimmt den Nro. 3 erhaltenen Rest (48) und zerlegt ihn in so viel Theile, als man Differenzen (Nro. 4) gefunden hat. Hier waren es die beyden Differenzen 6 und 2, daher wird 48 in zwey Zahlen zerlegt, die zusammen genommen 48 ausmachen. Man nimmt aber solche, worinn die gefundenen Differenzen aufgehn. Hier könnte man 48 in 42 und 6 zerlegen. 6) Man dividirt mit der größten Differenz in den größern Theil, also mit 6 in 42, und mit der kleinern 2 in den kleinern Theil 6, welches zum Quotienten 7 und 3

giebt. 7) Man sezt den ersten Quotienten zu dem 14 löthigen Silber und den kleinern zu dem 10 löthigen. 8) Man addirt beyde Quotienten, so giebt die Summe eine Zahl (10), welche von der anfänglich bemerkten Zahl 12 abzuziehn ist. Der Rest (2) wird zu dem 8 löthigen Silber geschrieben. Diese 3 Zahlen zeigen an, daß man von dem 14 löthigen 7, von dem 10 löthigen 3, und von dem 8 löthigen 2 Loth zu nehmen habe, um 12 Loth 12 löthiges Silber zu bekommen: denn

	7 Loth	14 löth.	= 98 L.
(Probe)	3 Loth	10 löth.	= 30 L.
	2 Loth	8 löth.	= 16 L.
	12 Loth	12 :	144 Loth = 12 Loth 12 löthiges Silber.

§. 136.

Die Vorschrift, den vorhandenen Fall zu berechnen, wird auch die *Regula coeci (numeri)* genennt, weil das, was heraus gebracht wird, in so fern unbestimmt, oder ungewiß ist, in so fern nemlich die Zerlegung der Zahl (48) Nro. 5. im vorigen §. willkührlich war. Es ist daselbst auch gezeigt, daß etwas ganz verschiedenes durch diese Rechnung herauskommen kann. Die eigentliche Aufgabe bey der Rechnung Coeci besteht darinn, man soll eine gegebene Zahl in gewisse verlangte Theile dergestalt zerlegen, daß, wenn diese Theile mit gewissen gegebenen Zahlen multiplicirt werden, alsdenn die Summe dieser Producte einer gegebe-

nen Zahl gleich sind. Im vorigen §. war 12 die gegebene Zahl, die in 3 Theile zerlegt werden sollte. Diese Theile sollten mit andern Zahlen (nemlich 14, 10, 8) multiplicirt werden und die Summe der Producte sollte 12 mahl 12 oder 144 geben.

Von der sogenannten *Regula Falsi.*

§ 137.

Die *Regula Falsi (numeri)* lehret, wie man mit Voraussetzung einer erdichteten oder falschen Zahl eine zu einem gegebenen Verhältnisse gehörende wirkliche Zahl finden soll. Beyspiele von dem, was bey dieser Rechnung gefordert als auch vorgenommen wird, werden von derselben einen richtigen Begriff geben.

Ein Hauptmann, Lieutenant und Fähndrich nebst 5 Gemeinen theilen sich auf die Art in 1000 Rthlr. Beute, daß der erste H $1\frac{1}{2}$ Mahl so viel als der Lieutenant L, und der Fähndrich F den 5ten Theil von dem, was H und L zusammen genommen, bekommen haben, erhält. Die 5 Gemeinen sollen sich in die übrig bleibenden 40 Rthlr. theilen, was empfängt ein jeder?

Man nehme beliebig an, L bekäme	4 Rthlr.
so würde H $1\frac{1}{2}$ so viel, also :	6 Rthlr.
und F $\frac{1}{5}$ von $6 + 4 = 10$, also	2 Rthlr.
bekommen, so würden aber nur	12 Rthlr.

+ 40 Rthlr. zu theilen seyn. In unserm Exempel sollen aber 1000 Rthlr., oder richtiger 960 Rthlr. (denn

(denn 40 Rthlr. sollen übrig bleiben, und unter die Gemeinen vertheilt werden; solche restirende Zahlen muß man aber bey diesen Rechnungen gleich besonders setzen) vertheilt werden. Dies schadet nicht. Wir behalten nun aus dem vorigen Verhältnisse die Zahl 4 und 12 bey, und sagen:

12 : 4 Rthlr. = 960 Rthlr. : x

```
           4
      ─────────
12 :  3840 | 320 Rthlr.
      36:: |
      ───── 
       24: |
       24:
      ─────
       000
```

Die Basis der ganzen Berechnung, nemlich der Theil des Lieutenants, nach welchem sich die andern Theile richten, war in dem falsch angenommenen Verhältniß 4; allein nach demselben ist er hier als 320 gefunden worden; folglich bekommt:

H = 480 Rthlr.
L = 320 Rthlr.
F = 160 Rthlr.
Jeder der 5 Gemeinen 8 Rthlr. — — 40 Rthlr.

Summa 1000 Rthlr.

Einer gewinnt in der Lotterie Geld, und auf die Frage, wie viel es sey, giebt er zur Antwort: Hätte ich $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ und 26 Rthlr. mehr genommen, so hätte ich 150 Rthlr. gewonnen. Wie viel hat er nun gewonnen?

Man

Man nehme an, es sey gewesen : 16 Rthlr.

$\frac{1}{2}$	macht	8 Rthlr.
$\frac{1}{4}$	—	4 Rthlr.
$\frac{1}{8}$	—	2 Rthlr.
$\frac{1}{16}$	—	1 Rthlr.
Summa —	—	31 Rthlr.

sollen aber 150 — 26, oder 124 Rthlr. seyn. Man sage nun

31 : 16 = 150 — 26 Rthl. d. i. 124 Rthl. : x

```
                         16
                       ----
                        744
                        124  | 31
                       ----  |
                31 :   1984  | 64 Rthlr. so
                       186:  | viel hat er
                       ----  | gewonnen:
                        124  | denn
                        124
                       ----
                        000
```

64 Rthlr. zerlegt:

$\frac{1}{2}$	=	32 :
$\frac{1}{4}$	=	16 :
$\frac{1}{8}$	=	8 :
$\frac{1}{16}$	=	4 :
macht S.		124
dazu		26
		150 Rthlr.

Anmerkung.

Man merke nur bey diesen Rechnungen, daß, was zu der Summe etwa noch zu addiren ist, oder nicht in

das eigentliche Verhältniß gehört, auch aus dem Regel de Tri Exempel weggelassen werden muß. So dürfte ich hier nicht rechnen:

31 + 26 : 16 = 150 : x, sondern die 26 mußten von 57 sowohl, als 150 abgezogen werden.

Etwas weniges von der Wechselrechnung.

§. 138.

Bey der Wechselrechnung wird unter andern auch gelehrt, wie viel eine Summe Geldes von einer gewissen Geldsorte in einer andern Münzart betrage: denn da es silberne und goldene Münzen giebt, da auch Münzen von einerley Metall und Namen nicht stets von einerley innerlichen Werth sind, so muß man bey dem Handel, wo man stets mit auswärtigen Handelsleuten und fremden Gelde zu thun hat, die Kunst verstehn, die Geldsorten dem Werthe nach in andere verwandeln zu können. Dies sezt erstlich voraus, daß man den innerlichen sowohl, als vielmehr auch den angenommenen und gangbaren Werth der Geldsorten wohl kennt. Hierzu dienen die Cours-Zettel, auf welchen, weil der Werth des Geldes gegen einander nicht immer gleich bleibt, derselbe von Zeit zu Zeit angezeigt wird.

Voraus gesezt also, daß man das Verhältniß der Geldsorten gegen einander aus ihrem Werthe oder dem Cours-Zettel weiß, so kann man durch eine nicht schwere Rechnung die Sorten reduciren, oder in andere verwandeln. Man kann dieses,

wenn

wenn die Vergleichung einfach ist, leicht durch die Regel de Tri verrichten. Sind aber die Vergleichungen nicht einfach, so ist die Kettenrechnung ganz vorzüglich geschickt, auf eine leichte und richtige Art Auskunft zu geben, wenn man nur dabey den Ansatz recht einrichtet. Beyspiele werden auch hiebey eine hinreichende Erläuterung geben.

Es hat Jemand in Berlin 1000 Rthlr Preuß. Currant an einem nach Frankfurt an Mayn zu übermachen. Da der leztere das Geld in Louisd'oren haben will, so frägt sich was 1000 Rthlr. Pr. Curr. in Louisd'oren machen?

Hierbey muß man das Verhältniß oder den Cours wissen. Es macht gerade 1 Louisd'or $5\frac{1}{5}$ Rthlr. Pr. Curr.

$5\frac{1}{5}$ Rthlr. : 5 Rthlr. = 1000 Rthlr. : x.
16. 15.

16 : 15000 | $937\frac{1}{2}$ Rthlr.
144 : :
60:
48:
120
112
8

macht $937\frac{1}{2}$ Rthlr. in Louisd'or.

Es will Jemand 558 Stück feine Hannöverische Gulden in Louisd'or umsetzen. Wie viel wird er dafür im Golde erhalten, wenn das feine Hannöversche Silbergeld eben um 8 Pr. Cento höher geht, als das Gold?

558 Gulden sind gleich 558 Rthlr. dividirt durch $\frac{2}{3}$, macht 372 Rthlr.

$$100 : 108 = 372 \text{ Rthlr.} : x$$

```
                      108
                    ------
                     2976
                     372
                    ------
        100 :       40176   macht 401 38/50 in
                     100    Louisd'oren.
```

Von Leipzig werden nach Hamburg 1000 Rthlr. Banko übermacht. Das Banko ist um 15 Pr. Cento höher, als die sächsische Währung. Wie viel wird entrichtet?

$$100 : 115 = 1000 : x$$

100 : 115000 | 1150 Rthlr. in sächsischer Währung.

Es hat Jemand 900 Bayersche Thaler; wie viel sind das Reichsthaler, wenn 8 Rthlr. 5 Bayersche Thaler sind?

5 B. Rthlr. : 900 B. Rthlr. = 8 Rthlr. : x

```
                8
          ----------
    5 :       7200 | 1440 Rthlr., so viel betragen
              5:::  |    900 Bayersche Thaler.
          ----------
              22::  |
              20::  |
          ----------
               20:  |
               20:  |
          ----------
                0
```

Wenn

Wenn 139 Rthlr. in Frankfurt 100 Rthlr. in Amsterdam Banco machen, wie viel machen in Frankfurt 6050 Rthlr. an Holländischen Gulden in Banco, wenn 1 Rthlr. Banco $2\frac{1}{2}$ Gulden ist?

$$139 : 100 = 6050 : x$$

```
139 : 605000 | 4352 72/139 Amsterdamer
      556::: |   Banco.
      ------ |
       490:: |
       417::
       -----
        730:
        695:
        ----
         350
         278
         ---
          72
```

Da nun 1 Rthlr. Banco $2\frac{1}{2}$ Flor. ist, so machen 6050 Rthlr. in Frankf. $10880\frac{41}{139}$ Gulden Amst. Banc.

Sind mehrere Vergleichungen mit einander vorzunehmen, so bedient man sich weit bequemer der Kettenrechnung, ehe man die Regel de Tri einige mahl anwendet, indem man dabey leicht zu viel Brüche erhält.

Einer will von Basel 8000 Rthlr. Wechselgeld über Frankfurt nach Amsterdam zahlen, wo es in Holländ. Gulden bezahlt werden soll. 100 Rthlr. Baseler Wechselgeld macht 139 Rthlr. alte Münze, diese ist in Frankfurt 7 Pr. C. schlechter, als das dortige Wechselgeld. Das Holländische Currant steht gegen das Frankf. Wechselgeld, so,

daß 100 Rthlr. Holländ. Curr. 144 Rthlr. Wechselgeld macht. Der Holländ. Thaler beträgt $2\frac{1}{2}$ Gulden. Wie viel wird in Amsterdam dem besagten Kaufmann in Holländ. Gulden gut geschrieben werden?

100 Baßl. Wechs. G.	139 Rthlr. alt. Münze.
100 Rthlr. alt. Münz.	93 Rthlr. Frkf. W.G.
144 Rthlr. Fr. W. G.	100 Rthlr. Amst. Curr.
x Rthlr. Amst. Curr.	8000 Rthl. Baßl. W.G.

144

139
93
417
1251
12927
80 | 144

144 : 1034160 | $7181\frac{2}{3}$ Holl. Thaler werden dem Baseler gut geschrieben.
1008:::
261::
144::
1176:
1152:
240
144

$\frac{96}{144} = \frac{2}{3}$

Da

Da nun 1 Holl. Thaler $2\frac{1}{2}$ Holl. Gulden macht, so wird die Summe

$$7181\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{2}$$

5

2 : $35908\frac{1}{3}$

$17954\frac{1}{6}$ Holländ. Gulden.

Ein Banquier in Petersburg zahlt 2000 Rubel über Berlin nach Holland, wo sie in Holländischen Gulden ausgezahlt werden sollen. 100 Rubel machen 135 Rthlr. Curr. in Berlin und 142 Rthlr. in Berlin 100 Rthlr. in Holland. $2\frac{1}{2}$ Gulden Holl. machen einen Thaler Holl. Wie viel Gulden werden dem Petersburger gut geschrieben?

~~100~~ Rub.	135 Rthl. Pr. Curr.
142 Rthlr. Pr. Curr.	~~100~~ Rthlr. Holl.
2) ~~1~~ Rthlr. Holl.	5) $2\frac{1}{2}$ Guld. Holl.
x Guld. Holl.	2000 Rub.

142	135
2	5
284	675

2000 | 284

284 : 1350000 | $4753\frac{37}{71}$ holländ. Gulden werden dem Petersburger Banquier gut geschrieben.

1136:::

2140::

1988::

1520:

1420:

1000

852

$\frac{148}{284}$

2460

2460 Rthlr. Hannöverisches Currant sollen über Berlin in Hamburg in dortigen Rthlr. Banco gezahlt werden. Nun ist das Hannöv. Curr. um 6 Pr. C. besser, als die Friedrichsd'or und 4 Rthlr. in Friedrichsd'or sind 3 Rthlr. Hamburg. Banco, wie viel macht jene Summe in Hamburg Banco?

94 Rthlr. Hann. Curr.	100 in Friedrichsd'or.
4 Rthlr. Friedrichsd'or.	3 Rthl. Hamb. Banc.
x Hamb. Banco.	2460 Rthl. Hann. Curr.

94
4
———
376

2460
3
———
376 : 738000 | 376
376 : : :
———
3620 : :
3384 : :
———
2360 :
2256 :
———
1040
752
———
$\frac{288}{376}$

$1962\frac{26}{47}$ Rthlr. Hamb. Banco.

Von der sogenannten Welschen Practik.

§. 139.

Die Welsche, oder Italienische Practik, ist nichts anders, als eine Abkürzung der bisher von uns gelehrten Art zu rechnen. Practik heißt sie, weil sie in der Ausübung mit wirklicher Ersparung der Zeit, des Papiers und der Arbeit angewendet wird,

wird, und den Namen der Welschen Practik hat sie, weil sie in Welschland, oder Italien, zuerst gebraucht und von da, als dem ersten Wohnsitze der Handlung, zuerst weiter in die umliegenden Länder ausgegangen ist.

Es lassen sich in der That beym Rechnen mancherley Abkürzungen anbringen, und wer im Rechnen Uebung hat, dem wird es nicht schwer werden, sie selbst zu entdecken und zu erfinden. Indessen hat man doch verschiedene solche Abkürzungen in gewisse Regeln gebracht, welche denn eigentlich die Welsche Practik ausmachen.

Man kann aber leicht einsehn, daß ein Anfänger im Rechnen bey Abkürzungen und bey der Abweichung von der einmahl angefangenen natürlichen und ordentlichen Art zu rechnen leicht verwirrt gemacht, und zu bedeutenden Rechnungsfehlern verleitet werden könne.

Ein im Rechnen Geübter kommt aber von selbst auf diese Abkürzungen. Folglich ergiebt sich hieraus, daß die sogenannte Welsche Practik weder Anfängern, noch Geübten, von Nutzen, und also in aller Absicht, vorzüglich aber den erstern sehr entbehrlich sey.

Indessen haben wir doch, um in unserer Anweisung zur Rechenkunst nichts zu übergehen, nur mit wenigen dieser Art zu rechnen Erwähnung thun, und wißbegierigen Schülern der Rechenkunst doch einige Begriffe davon mittheilen wollen.

von welchen sie hernach selbst weiter ausgehen können.

Die Gründe führen wir auch hier nicht an, weil die, welche das in den vorigen Capiteln gelehrte, recht begriffen haben, sie von selbst einsehn werden.

1) Welsche Practik bey den *Speciebus*.

Die Beschwerlichkeit des Multiplicirens, zumahl mit großen Factoren als (6. 7. 8. 9.) hinter einander zu multipliciren, und hernach mehrere Producte zu addiren, wird erleichtert, wenn ein Factor in diejenigen Zahlen zerlegt wird, aus deren Multiplication er hervorgebracht werden kann, und hernach mit den einzelnen Theilen desselben der Multiplicandus multiplicirt wird. Z. B. 968 multiplicirt mit 48. 48 wird hervorgebracht, aus 6 X 8, folglich kann ich gleich rechnen

```
  968
    6  (6)
 ─────
 5808
    8  (8)
 ─────
46464 das Product.
```

oder 468 wird mit 36 multiplicirt.

```
  12 (12) 36 = 12 X 3.
 ────
  936
 468
 ─────
 5616  (3)
    3
 ─────
16848 das Product.
```

Bey

Bey der Division zerlegt man den Divisor in kleinere Zahlen, die mit einander multiplicirt, ihm gleich sind und dividirt mit der einen in den Dividendus, und mit der andern in den Quotienten. 2880 dividirt mit 144.

144 = 12 X 12.

```
          |12  |
          | ◡  |
Also 2880 |240 |12
     24:: |24: | ◡
     ---- |--- |20 der Quotient.
      48: |000
      48:
     ----
      000
```

2) Bey der Regel de Tri.

Man sieht in der Geschwindigkeit zu, ob die beyden wirklichen ersten Glieder sich dergestalt in einander dividiren lassen, daß nichts übrig bleibt. Denn stellt man die Quotienten selbst als Glieder an, und rechnet mit ihnen das Exempel, wie gewöhnlich. Z. B.

10 ℔ kosten 17 Rthlr. was kosten 60 ℔?

10 ℔ : 60 ℔ = 17 Rthlr. : x.

Hier sehe ich gleich, daß 10 in 60 sechsmahl enthalten ist, folglich kann ich sagen:

1 ℔ : 6 ℔ = 17 Rthlr. : x und gleich 17 mit 6 multipliciren

```
 17
  6
---
102 Rthlr. kosten 60 ℔.
```

Oder 40 Centner kosten 86 Rthlr. was 8 Centner?

oder 40 C. : 8 C. = 86 Rthlr. : x

```
                  | 5
5 C. : 1 C. = 86  | 17 1/5 Rthlr. kosten
              5:  |   8 Centner.
             ---  |
              36  |
              35  |
             ---  |
               1  |
```

Nach eben dieser Art haben wir §. 131 beym 9ten Exempel gerechnet. Weil die Zahlen, die sich mit Nullen endigen, sich durch die Wegstreichung der Nullen leichter dividiren lassen, so kann man sich dieses Vortheils auch bey der Regel de Tri bedienen.

60 Ellen kosten 30 Rthlr., wie viel 530 Ellen?

60 Ellen : 530 Ellen = 30 Rthlr. : x

oder 6 Ellen : 53 Ellen = 30 Rthlr.

```
      30 | 6
    ---- |
    1590 | 265 Rthlr.
    12:: |
    ---- |
     39: |
     36: |
    ---- 
      30
      30
    ----
      00
```

Wer viel rechnet, der weiß schon aus dem Kopfe die Producte und Quotienten vieler Zahlen,

und

und kann dadurch manche Rechnung abkürzen. Z. B. 16 ℔ kosten 41 Rthlr. 16 ggr. wie viel bekomme ich vor 10 Rthlr. 4 ggr.

41 Rthlr. 16 ggr. : 10 Rthlr. 4 ggr. = 16 ℔ : x
oder : 1000 ggr. : 244 ggr. = 16 ℔ : x.

$$\begin{array}{r} 16 \\ \hline 1464 \\ 244 \\ \hline 1000 : 3904 \mid 3\frac{904}{1000} ℔. \end{array}$$

Hier mußte ich wissen, daß 41 Rthlr. 16 ggr. gerade 1000 ggr. ausmachen.

Man kann sich vorstellen, daß es bey allen Fällen im Rechnen unzählige Vortheile giebt, die ein im Rechnen Geübter selbst erfindet.

Tabelle,

welche die gewöhnlichsten Abtheilungen der gangbaren Dinge nach Maaß, Gewicht u. s. w. enthält, und zu den im gemeinen Leben vorkommenden Rechnungen nöthig ist.

Getraide-Maaß.

Der Winspel wird gewöhnlich in 24 (in einigen Ländern in 36) Scheffel eingetheilt. Ein Scheffel enthält 4 Viertel; ein Viertel 16 Metzen. An einigen Orten hat man auch die Himmten, von welchen 2 auf einen Scheffel gehen. Der Himmten hat 4 Vierfaß. Ein Vierfaß 2 Metzen.

Ellenmaaß.

Eine Elle enthält 2 Fuß, ein Fuß 12 Zoll. Die Elle wird gewöhnlich in vier Theile, welche schlechthin Viertel genannt werden, und jedes Viertel noch in 2 Theile eingetheilt, welche halbe Viertel heißen, und nach dieser Eintheilung mißt und rechnet man mit der Elle.

Gewicht.

Ein Centner hat 110 Pfund, auch 100 ℔, ein Pfund 32 Loth, ein Loth 4 Quentgen. Das Apotheker Pfund hat 12 Unzen (die Unze 2 Loth), eine Unze 8 Drachmen, eine Drachme 3 Scrupel, ein Scrupel 20 Gran.

Das Schiffspfund hat, als Fracht, 3 Centner. Die Last hat 2 Tonnen, die Tonne 20 Centn. oder 2000 Pfund.

Landmaaß.

Den Acker theilt man in Hufen und Morgen Acker ein. Die Hufe enthält 30 Morgen, der Morgen 180 Rheinländische Quadratruthen.

Papiermaaß.

Ein Ballen Papier hat 10 Rieß, ein Rieß 20 Buch, ein Buch 24 Bogen, Druckpapier 25 Bogen.

Weinmaaß.

Ein Fuder enthält 4 Orthoff, ein Orthoff 3 Eimer, ein Eimer 2 Anker, ein Anker 32 Maaß (40 sächsische kleine Maaß), ein Maaß 2 Nößel.

Mühlhausen, gedruckt mit Müllerschen Schriften.

Verbesserungen.

S. 14 Z. 2. statt Specibus lese man Speciebus.
— 16 Z. 11. st. Hunderter l. m. Zehner.
— 56 Z. 14. st. Quadratschuh l. m. Quadrat-Ruthen.
— 64 müssen in der Linie die vier Hauptheile a 1, 1. 2, 2. 3, 3. 4 einander gleich seyn.
— 67 Z. 5. st. Nenner l. m. Zähler.
— 80 Z. 10. st. den Nenner nemlich l. m. den Zähler nemlich.
— 115 letzte Z. st. $\frac{12}{4}$ l. m. $\frac{40}{4}$.
— 118 Z. 6. statt die Zähler sind ja l. m. die Nenner sind ja.
— 118 Z. 3 von Unten st. $3\frac{1}{2}$ Rthlr. l. m. $2\frac{1}{3}$ Rthlr. und darunter: $\frac{7}{3}$ Rthlr.
— 124 Z. 1. st. Nenner zu dem Zähler l. m. Zähler zu dem Nenner.
— 192 Z. 12 lese man: zu dem Theile des A, so der ganze Gewinnst zu dem Theile von A.

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Boysen, Friedrich August,

Gründliche Anweisung zur bürgerlichen Rechenkunst für den Haus- und Schulunterricht

Gotha 1792

Math.p. 53
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10081501-4
VD18 12045969